

# 群桩沉降及周围土体沉降的计算

贺 翀<sup>1</sup>, 闫静雅<sup>2</sup>

(1. 同济大学, 上海 200092; 2. 上海地铁运营有限公司, 上海 200003)

**摘要:**把群桩等代为一个单桩, 将群桩与周围土体的相互作用简化为侧表面上的面荷载和分布在底面的面荷载。基于 Mindlin 应力解, 通过积分求得该等代大单桩桩侧摩阻力与桩端阻力对桩周土体中任一点的附加应力, 根据分层总和法可得到群桩自身沉降以及周围土体任一点的竖向沉降。为验证本文方法, 对上海 2 个工程实例进行计算分析并与实测数据进行对比。结果表明本方法可以很好地计算群桩自身沉降以及桩周土体沉降。

**关键词:**群桩等代; Mindlin 解; 面积分; 桩周土沉降

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1672-7428(2008)04-0031-04

**Calculation on the Settlement of Pile Group and Settlement Distribution in Surrounding Soil / HE Chong<sup>1</sup>, YAN Jing-ya<sup>2</sup>** (1. Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Shanghai Subway Operation Ltd., Shanghai 200003, China)

**Abstract:** The pile group is equivalent to a big single pile. Face loading is applied on side surfaces and bottom surface to represent the interaction between pile group and soil. Then superimposed stress on any point surrounding pile group is calculated based on Mindlin surface integration. Finally, the pile group settlement and settlement distribution of surrounding soil are obtained by using layerwise summation method. To test this method, 2 projects are analyzed and compared with the measurement data. It is verified that the present method is accurate for calculation of pile foundation settlement and surrounding soil settlement.

**Key words:** pile group equivalent; Mindlin solution; surface integration; surrounding soil settlement

## 0 引言

随着城市建设的发展, 建筑密度日益增大, 高层建筑桩基础引起的周围地表沉降以及对周围地下构筑物的影响问题随之而来。以上海为例, 高层建筑群造成明显的区域性沉降槽, 高层建筑桩基础沉降引起临近地铁隧道纵向变形等问题已引起关注。而传统的桩基计算一般关注于桩基本身的沉降, 桩基沉降对周围环境影响的问题研究尚显欠缺。

Poulos (1968)<sup>[1]</sup>在弹性理论法的计算中, 通过桩土位移协调条件, 推导出了单桩的沉解除。本文通过对群桩的简化分析, 将群桩简化为一个单桩, 将群桩与周围土体的相互作用简化为侧表面上的面荷载和分布在底面的面荷载。基于 Mindlin 应力解, 通过积分求得大单桩桩侧面荷载和桩底面荷载对其毗邻土体的附加应力系数。根据桩土协调条件, 进一步得到了等代大单桩的桩侧摩阻力和桩端阻力的分布。随之求得该等代大单桩桩侧摩阻力与桩端阻力对桩周土体中任一点的附加应力, 根据分层总和法求得群桩自身沉降以及周围土体任一点的竖向沉降。提出了一种新的群桩自身沉降和周围土体沉降计算方法, 可用于后期高层建筑桩基础群间

相互影响以及桩基础对周围地下构筑物的影响研究。

## 1 基本假设

将群桩等代为一个长方体, 即可看成一个大单桩。群桩与周围土体的相互作用均发生在等代大单桩的 4 个侧面和底面, 即 4 个侧表面的面荷载代表群桩桩侧摩阻力, 底表面面荷载代表群桩桩端阻力。群桩分析简化模型图见图 1。

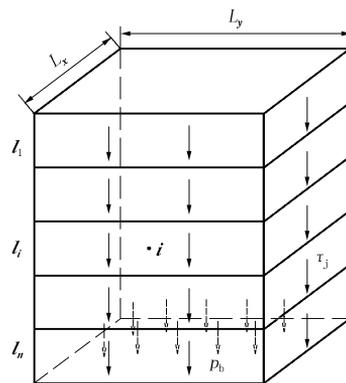


图 1 群桩分析模型

群桩周围的土体所受到的附加应力即可转变为

收稿日期: 2007-08-26

作者简介: 贺翀 (1980-), 男 (汉族), 江西萍乡人, 同济大学博士研究生, 岩土工程专业, 硕士, 研究方向为桩基础, 上海市赤峰路 370 弄 24 号 504 室, judeyatou@gmail.com。

4 个侧表面上的沿竖向平面分布的侧摩阻力在土体中产生的附加应力与底表面上的水平面分布的端阻力在土体中产生的附加应力的叠加。

根据土层性质、桩长等因素将大单桩沿深度方向分为  $n$  段, 每一段上作用着均匀的面荷载  $\tau_j$ 。底面上作用着均布的端阻力面荷载  $P_b$ 。

## 2 群桩沉降场的计算

### 2.1 Mindlin 解竖向应力的面积分

弹性半无限空间内一点  $(x, y, z)$  作用一集中力, 空间内任意一点  $(x_1, y_1, z_1)$  的应力解和位移解称之为 Mindlin 解<sup>[2]</sup>。

徐凌(2005)<sup>[3]</sup>通过对 Mindlin 解在水平面上的均布荷载的面积分得到了水平面上均布荷载对半无限空间内任一点的竖向应力计算式。引用这个结果即可求解作用在大单桩底面的端阻力对半无限空间内任一点产生的竖向应力。

Mindlin 解在竖向平面上面积分的结果则可应用于求解大单桩侧面的侧摩阻力对半无限空间内任一点所产生的竖向附加应力。本文通过对 Mindlin 应力解在竖向平面上均布荷载的面积分得到了竖向平面上均布荷载对半无限空间内任一点所产生的竖向应力的计算式。

由于积分的结果非常长, 在这里略去其具体表达式。

### 2.2 土的位移方程

Poulos(1968)在弹性理论法的计算中通过假设圆桩的周边粗糙而桩底平滑, 桩土之间保持弹性接触, 因此得到了桩身位移等于毗邻土位移的相容条件。而在本文的计算中, 因为等代后的大单桩是由 4 个侧面和一个底面所组成, 而且大单桩的截面并不一定是一个正方形。因此在本文的计算中假定大单桩的长边一侧的中点亦为桩侧土体附加应力最大的点的竖向位移与大单桩的竖向位移相等, 从而得以建立桩土之间的协调关系。

首先计算任一桩段单元对桩侧面的  $i$  点的土引起的竖向位移。由  $j$  单元处的 4 个面的侧摩阻力  $\tau_j$  引起了群桩桩侧第  $i$  段土的竖向压缩为:

$$s_{ij}' = (l_i/E_{si}) I_{ij}' \tau_j \quad (1)$$

式中:  $l_i$ ——桩段  $i$  的长度;  $E_{si}$ ——桩段  $i$  所在土层的压缩模量;  $I_{ij}'$ ——桩段  $j$  的 4 个侧表面上单位摩阻力 ( $\tau_j = 1 \text{ kN/m}^2$ ) 对第  $i$  个桩单元长边中点所产生的竖向附加应力, 可由 2.1 节的方法计算得到。

于是得到了所有  $n+1$  个单元的桩侧、桩底阻力

所引起的第  $i$  个桩单元的桩侧土体竖向压缩:

$$s_i' = \frac{l_i}{E_{si}} \left( \sum_{j=1}^n I_{ij}' \tau_j + I_{ib}' P_b \right) \quad (2)$$

式中:  $I_{ib}'$ ——大单桩底面上单位端阻力 ( $P_b = 1 \text{ kN/m}^2$ ) 对第  $i$  个桩单元长边中点所产生的竖向附加应力, 可由 2.1 节的方法计算得到。

所有  $n+1$  个单元的桩侧、桩底阻力造成的桩底土位移量为:

$$s_b' = \frac{l_b}{E_{sb}} \left( \sum_{j=1}^n I_{bj}' \tau_j + I_{bb}' P_b \right) \quad (3)$$

式中:  $l_b$ ——桩底压缩层的厚度;  $E_{sb}$ ——桩底压缩层的压缩模量, 若桩段以下存在若干压缩层的情况, 可取加权平均模量:

$$E_{sb} = \sum_{j=1}^n E_{sbi} l_{bi} \quad (4)$$

这样土的位移方程可以用矩阵形式表达:

$$\{s'\} = [F][I_s]\{p\} \quad (5)$$

式中:  $\{s'\}$ ——土的位移列向量,  $\{s'\} = [s_1' s_2' \dots s_n' s_b']^T$ ;  $\{p\}$ ——桩周阻力 (包括桩侧和桩底) 的列向量,  $\{p\} = [\tau_1 \tau_2 \dots \tau_n p_b]^T$ ;  $[I_s]$ ——土的竖向附加应力系数矩阵;  $[F]$ ——反映桩单元所在土体性质的系数矩阵。

### 2.3 桩的位移方程

根据桩身轴力和位移之间的关系:

$$\frac{EA_0}{l_i} s_i'' = q_0 - \sum_{j=1}^{i-1} \tau_j \quad (6)$$

式中:  $s_i''$ ——第  $i$  个桩单元的桩身竖向压缩;  $A_0$ ——桩截面面积;  $E$ ——桩的弹性模量;  $q_0$ ——桩顶荷载;  $\tau_j$ ——第  $j$  个桩单元的桩侧摩阻力。

将大单桩的轴力和位移之间的关系写成矩阵形式:

$$[K_p]\{s''\} = \{Q\} - [I_m][A_p]\{p'\} \quad (7)$$

$$E_p = (A_p/A) E_{p0} \quad (8)$$

式中:  $[K_p]$ ——桩的刚度矩阵;  $E_p$ ——大单桩的等效桩身弹性模量;  $A$ ——大单桩的截面面积;  $A_p$ ——群桩的总截面面积;  $E_{p0}$ ——单根桩的桩身弹性模量;  $\{s''\}$ ——桩段的位移矩阵;  $\{Q\}$ ——外荷载列向量;  $[I_m]$ ——系数矩阵, 即:

$$[I_m] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 2 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 2 & 2 & \cdot & \cdot & 2 & 1 \end{bmatrix}_{n \times n};$$

$[A_p]$ ——桩身面积矩阵:

$$[A_p] = \begin{bmatrix} (L_x + L_y)l_1 & & \\ & (L_x + L_y)l_2 & \\ & & \dots \\ & & & (L_x + L_y)l_n \end{bmatrix}_{n \times n}$$

### 2.4 群桩自身沉降求解

根据桩土协调条件  $\{s'\} = \{s''\}$ , 并利用荷载相等的条件得到:

$$q = \sum_{i=1}^n p_i + AP_b \quad (9)$$

联立式(5)、(7), 即获得桩侧摩阻力和桩底阻力, 进而可以求得各桩单元的位移和轴力。

根据获得的桩侧阻力和桩底阻力计算结果, 通过式(6)即可求得桩身压缩量。则大单桩桩顶平面任一点的沉降可由下式求得:

$$s = s_p \sum_{i=1}^n \frac{I_{bi}}{E_{sbi}} I_{bi} \{p\} \quad (10)$$

式中:  $s_p$ ——桩身压缩量;  $I_{bi}$ ——桩周阻力对该点对应的桩端以下深度在第  $i$  个压缩层中心位置的附加应力系数,  $I_{bi} = [I_{b1i} I_{b2i} \dots I_{bni}]^T$ 。

### 2.5 群桩外任一点的沉降求解

群桩外任一点的附加应力可表示为:

$$\sigma_i = [I_i] \{p\} \quad (11)$$

式中:  $I_i$ ——第  $i$  个桩单元桩周阻力对群桩外土体中任一点的附加应力系数。

随后通过分层总和法即可得到该点的沉降:

$$s_i = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_{ti}}{E_{ti}} l_{ti} \quad (12)$$

## 3 工程实例验证

### 3.1 上海工商大厦<sup>[4]</sup>

上海工商大厦场地位于上海市黄浦区, 为市中心商业区。地形平坦, 地面标高一般在 3.45 ~ 3.83 m 之间。深度 100 m 范围内的地基土属第四系河口 - 滨海相和浅海相沉积层, 整个场地主要由饱和粘性土与砂土组成, 按层序共分 9 层, 其中⑥层暗绿色硬层缺失。场地土层分布及土层的主要压缩性指标见表 1。

工商大厦建筑物东西总长 77.9 m, 南北总宽 62 m, 主楼结构地上 36 层, 地下 2 层。工程北侧紧邻延安东路越江隧道, 最近距离仅 5.4 m, 建筑物的总平面图如图 2 所示, 隧道上部覆土为 6.5 m。主楼基础采用钻孔灌注桩基础, 设计桩径 0.85 m, 桩长 71 m, 以第⑨层为持力层, 单桩容许承载力 4000 kN, 总桩数 227 根。

表 1 上海工商大厦土层物理性质

层数	地基土名称	饱和重度 / (kN·m <sup>-3</sup> )	压缩模量/MPa	泊松比	标高 /m
①	填土	18.3	10.90	0.35	1.63 ~ -0.45
②	褐黄色粉质粘土	19.1	3.79	0.35	0.53 ~ 0.25
③	灰色淤泥质粉质粘土	17.9	2.80	0.35	-2.31 ~ -3.68
④	灰色淤泥质粘土	17.3	2.50	0.40	-13.35 ~ -14.35
⑤ <sub>1</sub>	灰色粘土	18.1	5.39	0.35	-24.15 ~ -25.93
⑤ <sub>2</sub>	灰色粉质粘土	18.5	11.00	0.35	-42.24 ~ -43.2
⑤ <sub>3</sub>	粉质粘土	20.6	18.50	0.35	-43.48 ~ -45.2
⑦ <sub>1</sub>	灰绿 ~ 草黄色粉砂	19.7	25.00	0.30	-47.65 ~ -52.25
⑦ <sub>2</sub>	灰色粉砂	19.3	69.00	0.25	-54.48 ~ -55.93
⑦ <sub>3</sub>	灰色粉质粘土	19.2	50.00	0.25	-58.31 ~ -67.48
⑧ <sub>1</sub>	粉质粘土	19.4	23.00	0.30	-62.34 ~ -63.31
⑧ <sub>2</sub>	粉质粘土	19.6	30.00	0.25	-65.24 ~ -66.76
⑨ <sub>1</sub>	灰色粉细砂	19.4	55.00	0.30	-72.31 ~ -72.88
⑨ <sub>2</sub>	含砾中砂	19.6	90.00	0.25	-88.41 ~ -88.98
⑨ <sub>3</sub>	含砾中砂	19.6	>50	0.25	未钻穿

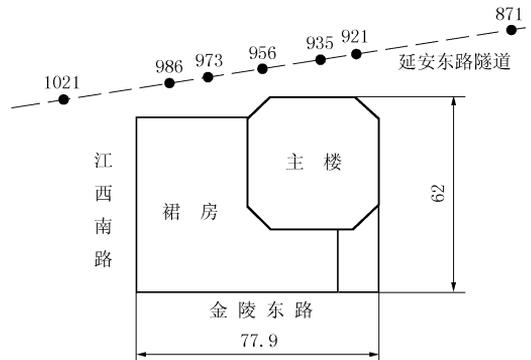


图 2 上海工商大厦桩基与隧道平面图

邻近的隧道上布置了 7 个监测点(如图 2 所示)。从基坑开挖直至主楼结构封顶, 对隧道的变形进行了连续监测。另外根据实测主楼在结构封顶 1 年半后的平均沉降为 17 mm。

采用本文所述方法对主楼沉降以及主楼造成邻近隧道的沉降进行了计算。计算中隧道作为完全柔性体, 不考虑其刚度影响, 计算得到主楼的平均沉降值为 25.3 mm, 较实测值大 48.8%。隧道上的沉降计算值与实测值的规律显得较为吻合。监测数据结果引自楼晓明(2003)<sup>[4]</sup>。图 3 所示为隧道位置土体沉降对比, 如图所示, 本文计算结果较楼晓明(2003)<sup>[4]</sup>更接近实测结果。

本文计算方法所得结果与实测结果基本规律一致, 在数值上略有偏大, 分析其原因主要是由于实测数据为结构封顶 1 年半后所测, 并非最终沉降量, 而

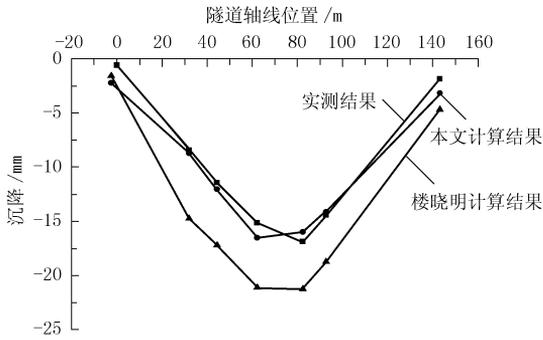


图3 隧道位置沉降计算结果与实测结果对比图

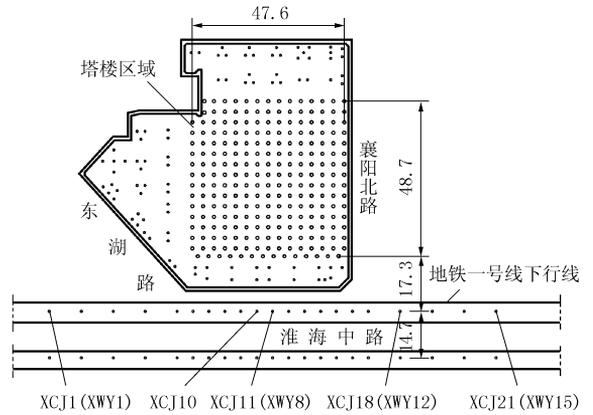


图4 太平洋广场二期工程桩基与隧道平面图

本文计算所得为最终沉降。对隧道位置沉降,本文计算未计入隧道刚度对变形的约束作用。

### 3.2 太平洋广场二期工程<sup>[5]</sup>

太平洋广场二期工程位于整个太平洋广场的南部,东靠襄阳北路,西连东湖路,南临淮海中路。该工程淮海中路侧围护结构距地铁一号线下行线隧道外边线仅 3.8 m,隧顶标高约 -10 m。工程设置 2 层地下室,地上由一幢 39 层高的办公楼、3 层商业楼、3 层会所组成。基坑占地面积 4400 m<sup>2</sup>,周边裙房区开挖深度近 9 m,塔楼区及襄阳北路一侧挖深近 11 m。主楼基础形式采用钻孔灌注桩,设计桩径 1 m,桩长 70 m,以⑨<sub>2</sub>层为桩端持力层,总桩数 240 根。

根据设计资料,主楼的桩基工作荷载约为 2928 kN。土体的计算参数见表 2,建筑总平面图如图 4。

表 2 太平洋广场二期工程土体物理性质

层数	地基土名称	饱和重度 / (kN·m <sup>-3</sup> )	压缩模量/MPa	泊松比	标高
①	杂填土	18.30	10.98	0.35	-0.6 ~ -2.5
②	褐黄色粉质粘土	19.11	4.25	0.35	-2.5 ~ -3.3
③	灰色淤泥质粉质粘土	17.96	2.96	0.35	-3.3 ~ -6.6
④	灰色淤泥质粘土	17.33	2.10	0.40	-6.6 ~ -16.1
⑤ <sub>1</sub>	灰色粘土	18.14	3.50	0.35	-16.1 ~ -22.6
⑤ <sub>2</sub>	灰色粉质粘土	18.52	4.57	0.35	-22.6 ~ -32.0
⑥	暗绿色粉质粘土	20.60	7.51	0.35	-32.0 ~ -33.4
⑦ <sub>1</sub>	灰绿~草黄色粉砂	19.70	25.03	0.30	-33.4 ~ -37.6
⑦ <sub>2</sub>	灰色粉砂	19.39	45.13	0.25	-37.6 ~ -59.6
⑦ <sub>3</sub>	灰色粉质粘土	19.22	61.03	0.25	-59.6 ~ -64.1
⑨ <sub>1</sub>	灰色粉质粘土粉砂层	19.42	60.53	0.30	-64.1 ~ -67.1
⑨ <sub>2</sub>	灰色粉细砂	19.61	88.05	0.25	-67.1 ~

计算得到主楼的平均沉降值为 20 mm。隧道上的沉降计算值与实测值的差异较工程实例 1 大,实测的隧道沉降曲线更为平缓,而计算值沿隧道轴向上的变化更加强烈(见图5)。造成这一差异的原因

可能是实测值受到了隧道自身刚度影响的结果。10 个测点的隧道沉降计算值较隧道实测值平均大 80%,造成这一结果的原因之一为实测的沉降值是主楼结构施工期间隧道的沉降,而计算值相当于隧道的最终沉降值。且鉴于太平洋广场二期工程施工前期曾停工一段时间,场地土体有一定程度的加固,而计算中未考虑土体的加固效应。

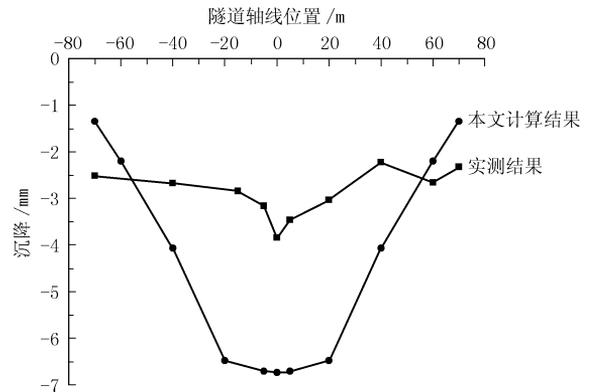


图5 隧道位置沉降计算结果与实测结果对比图

### 3.3 算例结果分析

工商大厦与太平洋广场二期 2 个工程实例,群桩的总体荷载,隧道与群桩的距离相差并不大,而工商大厦附近的隧道沉降却超过了太平洋广场附近隧道的 4 倍。根据本文的分析,对比 2 个工程的地层分布情况,相当重要的一个原因即在于工商大厦的地层中存在着相对较为软弱的第③层土,而太平洋广场二期这一地层缺失。由于这层土的存在,造成了桩间土的沉降增大,随之亦增大了邻近土体的沉降,故造成了工商大厦附近的隧道沉降显著偏大。

## 4 结语

- (1) 本文将群桩等代为一个单桩,通过对 (下转第 38 页)

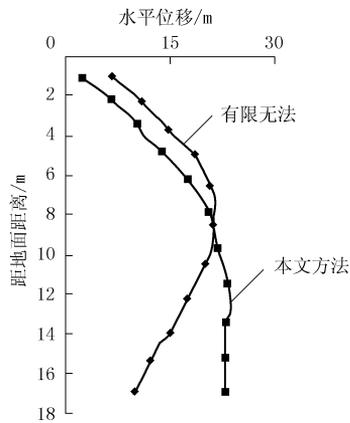


图5 结果比较

的变化。比较发现有限元计算结果与改进后的等值梁法结果相差不大,说明这种改进可以弥补等值梁法的不足,达到利用变形控制设计的目的。

另外,本文计算约束力和位移的程序都是文献

[2]、[3]中公开的源程序,本文使用的土压力位移关系也是最简单的线性关系,笔者之所以采用这样的改进手段,就是保证改进后的等值梁法仍然保持简单实用的特点。

当然,本文有关等值梁法的改进还有待广泛应用的验证。

### 参考文献:

- [1] 高大钊. 土力学与基础工程[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1998.
- [2] 胡维俊. 结构力学[M]. 南京: 河海大学出版社, 1993.
- [3] 徐道远. 材料力学[M]. 南京: 河海大学出版社, 1989.
- [4] 吴伟强. 基坑支护结构计算的位移土压力法[J]. 建筑结构, 1997, (9): 19 - 21.
- [5] Mehmet A. Sherif, Yung - Show Fang, Russell I. Sherif.  $K_A$  and  $K_0$  Behind Rotating and Non - Yielding Walls [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1984, 110(1): 41 - 56.

(上接第 30 页)

(2) 糯东井田 1903 号钻孔终孔孔深 1041.76 m。由 3702 机场施工, 8 月 2 日开孔, 9 月 30 日终孔。孔内返出的冲洗液实测性能为: 密度  $1.05 \text{ g/cm}^3$ , 漏斗粘度 25 s, (API) 中压失水 10.5 mL, 泥皮厚度  $< 0.5 \text{ mm}$ , pH 值为 9, 含砂量  $< 1\%$ 。该孔 17 号煤层厚达 15.76 m 多, 为单一结构且无夹矸的情况下一次顺利将煤层钻进完, 不仅保证了正常施工, 而且还保证了连续几天的物探综合测井及井温测试, 钻孔质量达特级。

(3) 糯东井田 1405 号钻孔终孔孔深 603.25 m。由 3705 机场施工, 9 月 3 日开孔, 9 月 20 日终孔。

孔内返出的冲洗液实测性能: 密度  $1.02 \text{ g/cm}^3$ , 漏斗粘度 21 s, (API) 中压失水 10.5 mL, 泥皮厚度  $< 0.5 \text{ mm}$ , pH 值为 9, 含砂量  $< 0.1\%$ 。施工及测井相当顺利, 钻孔质量达特级。

### 5 经验和体会

绳索取心钻进工艺必须采用优质泥浆, 才能达到高转速钻进, 充分发挥金刚石钻头的效率, 优化钻井参数, 达到高效钻进的目的。在地层条件较好的孔段, 应尽量采用无固相冲洗液; 在煤系地层, 必须采用低固相的“防塌”冲洗液。不论哪种冲洗液都应加入适量的润滑剂, 起到较好的润滑和减阻作用。

(上接第 34 页)

Mindlin 解在大单桩桩侧竖向平面荷载以及桩端水平面荷载的面积分以及桩土协调条件, 最终得到一种计算群桩沉降和群桩周围土体沉降的新方法。

(2) 应用本文方法对上海 2 个实际工程进行了计算分析, 分析结果与上海地区桩基沉降经验及实测结果基本吻合。本文方法可以较好的计算分析分层土中桩基础邻近土体的沉降情况。

(3) 本文方法可用于计算群桩对位于群桩桩身周围土体中构筑物(隧道, 管线等)的影响。

(4) 在本文方法的基础上, 可以进一步研究群桩与群桩之间的相互作用, 进而研究高层建筑桩群

引起的区域性地表沉降。

### 参考文献:

- [1] Poulos H. G., Davis E. H. The Settlement Behavior of Axially-Loaded Incompressible Piles and Piers [J]. Geotechnique, 1968, (8): 351 - 371.
- [2] Mindlin R. D. Force at a Point in the Interior of a Semi-infinite Solid [J]. Australasian Institute of Mining and Metallurgy Publication Series, 1936, (7): 195 - 202.
- [3] 徐凌. 软土盾构隧道纵向沉降研究[D]. 上海: 同济大学, 2005.
- [4] 楼晓明, 刘建航. 高层建筑桩基础对邻近隧道的监测影响与分析[J]. 同济大学学报, 2003, 31(9): 1014 - 1018.
- [5] 闫静雅. 桩基础全寿命期对邻近已有隧道的影响研究[D]. 上海: 同济大学, 2007.