反循环钻头内部流场流量分配关系的建立

郝树青1,殷 琨2,黄宏伟1

(1. 同济大学土木工程学院地下建筑与工程系,上海 200092; 2. 吉林大学建设工程学院,吉林 长春 130026)

摘 要:通过简化空气反循环钻头体内部流场特性,运用空气动力学与流体力学知识对钻头体内流量分配关系首次进行计算,得到了相应的流量分配方程式。可以看到,所列方程组具有唯一的解析解,该研究将有效确定钻头结构相关参数,且为确定空气反循环钻头在钻井过程中钻头体内各点处流场特性提供帮助。

关键词:空气反循环钻头;流量分配方程;内部流场

中图分类号:P634.4⁺1 文献标识码:A 文章编号:1672-7428(2008)06-0001-04

Calculation of Flow Distribution of Interior Fluid Field for the Reverse Circulation Bit/*HAO Shu-qing*¹, *YIN Kun*², *HUANG Hong-wei*¹ (1. Department of Geotechnicl Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. College of Construction Engineering, Jilin University, Changchun Jilin 130026, China)

Abstract: Analysis on interior fluid field of the air-driving reverse circulation bit was based on the experiment for a long time. With the development of the computer, amount of the numerical simulation and emulation software brought more advantages than the experiments. However, due to the complexity of the interior fluid field, few people could make resolution calculation for it. In this article, by simplifying the interior fluid field character of air reverse circulation bit, the air dynamics and fluid mechanics was used to calculate the air distribution in the bit; and the flow distribution equations were obtained. It can be shown that the simultaneous equations have a unique resolution. The article will provide the help to effectively make certain that the parameters of the bit structure and deeply study the interior fluid field character of air reverse circulation bit. **Key words**: air reverse circulation bit; flow distribution equations, interior fluid field

对于空气反循环钻头的内部流场分析一直以来 都是停留在经验法与实验法的基础上,随着计算机 的发展,大量的数值模拟仿真软件也给它的计算带 来了许多便利。但由于其内部流场的复杂性,所以 很少有人对它进行计算。笔者尝试将其内部流场简 化进行以下试算。

1 反循环钻头结构原理

反循环钻头利用引射原理,将钻头体底部合理 设计成引射结构的扩展槽与混合室,钻头底部排风 孔出流的高速气体将携带井底岩心(屑)通过卷吸 回流作用进入中心通道上返到地表。为了使反循环 形成效果更明显,在钻头侧壁开设二级引射孔,使底 喷孔高速喷出的气体携带岩屑进入中心通道的高速 气体获得二级加速更顺利地返出地表。以下将简化 钻头体内的气体流动状态,进行计算。

2 建立底部排风孔与引射装置之间关系的物理模型

如图1所示,压强为P1,速度为V1,密度为ρ1,

 b_1 b_2 b_3 b_4 b_2 b_3 b_4 c_6') b_1 c_6') b_1 c_7 p_5 V, $T_1\rho_5$ Q c_7 p_5 V, $T_1\rho_5$ Q c_7 p_5 V, $T_1\rho_5$ Q c_7 c_7 $c_$

图1 钻头体内部流场分析辅助示意图

质量为 Q 的流体进入钻头与孔壁之间的环状间隙, 由于钻头体侧壁开有与中心通道中性线成 θ₁ 角的 引射孔,一部分气体(假设流量为 Q₁)进入引射孔, 另一部分气体经过一段垂直距离 h 后进入钻头胎体 上的底部排风孔,此时,考虑距离 h 对气流参数的影 响,气体的压强、速度、密度都发生相应变化,分别为

收稿日期:2007-12-13

基金项目: 吉林省科技厅科技发展引导项目(编号: 200405033)

作者简介:郝树青(1975-),女(汉族),山西平遥人,同济大学土木工程博士后,隧道及地下工程专业,地质工程博士,主要研究方向为地下 空间灾害发生下的疏散技术和多工艺潜孔锤钻进技术优化设计等,上海市杨浦区同济新村 498 号 1 室,jdhsq@163.com。

 $P_2 \ V_2 \ \rho_2 \circ$

3 计算假设

(1)气体遵守守恒定律。

(2)运动过程可视为绝热等熵流动过程,由于 流速高,故可以忽略热交换,且与其他影响比,粘性 也可忽略。

(3)运动过程中的流态确定。这是对可压缩气体的研究。参考钻井用气体在试验过程中的一般情形,考虑雷诺数大小,一般为 *R*_e > 500,则可确定为湍流。

(4)此处研究的气体运动环境为:

温度 $T_0 = 288$ K;

压力 $P_0 = 10330 \text{ kgf/m}^2$;

密度 $\rho_0 = 10225 \text{ kgf} \cdot \text{ s}^2/\text{m}^4$;

重度 γ_0 = 1.225 kgf/m³。

(5)理想流体假设,μ=ν=0。

4 确定优化目标

(1)在钻头底部形成低压,利用真空负压卷吸 作用,转化成压力能与速度能,携带钻头破碎所产生 的岩心(屑),使岩心(屑)获得足够的速度向中心通 道内移动。

(2)在中心通道内再次形成高速、低压的气流, 使岩心(屑)获得加速,上返至地表。

5 控制体的选取与计算模型的确定

由空气动力学知识,在进入环状间隙的气体上 取一控制体,该控制体为流体流过的、相对于某坐标 系所取的任一个确定的空间体积,现取将进入上部 引射孔(即图1上标注为喷管1)的稍上一处,该处 气流将分为2部分,一部分进入引射孔,一部分向下 进入底部排风孔,对研究孔底流场具有代表性。

该控制体的边界为控制面,与环境之间有质量 交换,属于开口系统,因此该系统的边界就是上面所 定义的控制面,控制面内的空间就是上面所定义的 控制体。开口系统对应于当地观点(即欧拉表示 法)^[1]。

沿流动方向取长为 ds 的管状流段为控制体,设 为理想气体,不考虑粘性阻力。为了使问题得到简 化,本处假设喷管1与喷管2均分别为等径直孔,且 均布。

5.1 连续性方程

由空气动力学连续性方程有:

 $Q_0 = Q_1 + Q_2$

式中: Q_0 ——环空气体质量流量; Q_1 ——进入喷管1的气体质量流量; Q_2 ——进入喷管2的气体质量流量

总风量沿程不变,自钻头排出后形成2个支流, 由于能量与流量分配不一定相等,各支路之间满足 全部质量流体的能量守恒,此3个断面间能量方程 可表达如下:

$$Q_{0}\left(Z + \frac{P_{0}}{\gamma} + \frac{a_{0}V_{0}^{2}}{2g}\right) = Q_{1}\left(Z_{1} + \frac{P_{1}}{\gamma} + \frac{a_{1}V_{1}^{2}}{2g} + h_{w_{0-1}}\right) + Q_{2}\left(Z_{2} + \frac{P_{2}}{\gamma} + \frac{a_{2}V_{2}^{2}}{2g} + h_{w_{0-2}}\right)$$
(1)

或
$$Z_0 + \frac{P_0}{\gamma} + \frac{a_0 V_0^2}{2g} = Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{a_1 V_1^2}{2g} + h_{w_{0-1}}$$
 (2)

$$Z_{0} + \frac{P_{0}}{\gamma} + \frac{a_{0}V_{0}^{2}}{2g} = Z_{2} + \frac{P_{2}}{\gamma} + \frac{a_{2}V_{2}^{2}}{2g} + h_{w_{0-2}} \quad (3)$$

式中: Q_0 ——主通道流量; Q_1 、 Q_2 ——分支通道流 量;P——通道中压力;V——流速;Z——流体位能; γ ——流体重度; h_w ——能量损失;a——动能修正 系数。

质量守恒或连续性基本方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \Delta \rho V = 0$$

进入喷管 1 的气体 Q_1 与进入喷管 2 的气体 Q_2 之和等于总的气体 Q_0 。

$$Q_0 = Q_1 + Q_2$$
因为此处喷管 1 为 α 个,喷管 2 为 β 个,故:
$$Q_1 = \sum_{\alpha}^{\alpha} Q_{\alpha_1} , Q_2 = \sum_{\alpha}^{\beta} Q_{\alpha_0},$$

$$\rho VA = C(常数)$$

5.2 运动方程

动量方程和运动方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + V \Delta V = -\frac{1}{\rho} \Delta \rho$$

由它可得:

 $\begin{cases} \frac{Du}{Dt} \equiv \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\rho \partial x} \\ \frac{Dv}{Dt} \equiv \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\rho \partial y} \\ \frac{Dw}{Dt} \equiv \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \\ \overrightarrow{P} = \frac{\partial V}{\partial z} \Delta \frac{V^2}{2} - \overrightarrow{V} \Delta \overrightarrow{V} = \overrightarrow{F} - \frac{1}{\rho} \Delta P \\ \overrightarrow{P} = \overrightarrow{P} = \cancel{P} \overrightarrow{L} \overrightarrow{D} \overrightarrow{L} \overrightarrow{D} = \overrightarrow{D} \overrightarrow{L} \overrightarrow{D} = \cancel{P} \overrightarrow{D} \overrightarrow{L} \end{cases}$

 $PA - (P + dP)A = \rho A dS \frac{dV}{dt}$

整理上式,并考虑:
$$\frac{dS}{dt}$$
=0,得:
 $\frac{dP}{\rho}$ +VdV=0(欧拉方程)

5.3 能量方程

运用于气体流动的一般能量简化方程为:

10

$$\int \frac{1}{\rho} dP + \frac{V^2}{2} = C(\# \mathfrak{A})$$

考虑到流体流动时间很短,来不及与外界发生 热交换,可认为是绝热变换过程^[2],故将理想气体 绝热流动即等熵流动的状态方程 *P*/ρ^k = *C* 代入上 式积分,可得到绝热流动的能量方程:

$$\frac{k}{k-1}\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + U = C(\ \texttt{\texttt{B}}\ \texttt{\texttt{W}})$$
$$\frac{Ck}{(k-1)\rho^{k-1}} + \frac{V^2}{2} + U = C$$
$$U = gz$$

对于沿流程的任意2个断面,上式可写为:

$$\frac{k}{k-1}\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{k}{k-1}\frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2$$

多数情况下,由于距离所造成的能量变化比较 小,可以被忽略,用 $\frac{k}{k-1}\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V^2}{2} = \frac{k}{k-1}\frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2}$ 即 可。

6 求解过程

6.1 列1-1,2-2两个过流断面的伯努利方程式 及连续方程式

1-1 面为喷管1(引射孔)的压力入口边界与 速度入口边界,2-2 面是喷管1的压力出口边界与 速度出口边界。

于是有:

$$\rho_{1}V_{1}A_{1} = \rho_{2}V_{2}A_{2}$$
(4)
其中: $A_{1} = \frac{\pi}{4}(D_{1}^{2} - D_{2}^{2}); A_{2} = \frac{\pi}{4}d_{1}^{2}$ 。
式(4)化简为:
 $\rho_{1}V_{1}(D_{1}^{2} - D_{2}^{2}) = \rho_{2}V_{2}d_{1}^{2}$
 $\frac{k}{k-1}\frac{P_{1}}{\rho_{1}} + \frac{V_{1}^{2}}{2} + gz_{1} = \frac{k}{k-1}\frac{P_{2}}{\rho_{2}} + \frac{V_{2}^{2}}{2} + gz_{2}$ (5)
从图中可以看出, $(z_{1} - z_{2}) = (D_{2} - D_{3})$ etg θ_{1} 。
故式(5)可化为:

$$\frac{k}{k-1}\frac{P_{1}}{\rho_{1}} + \frac{V_{1}^{2}}{2} + g(D_{2} - D_{3})\operatorname{ctg}_{\theta_{1}} = \frac{k}{k-1}\frac{P_{2}}{\rho_{2}} + \frac{V_{2}^{2}}{2}$$

$$\pm h \approx 5 \pi P / \rho^{k} = C, \ \pm h = 1;$$

$$\frac{dP}{d\rho} = kR_{g}T$$
(6)

式中:*k*——绝热或等熵指数,一般取 1.4;*R_s*——气体常数,取 287 J/(kg•K)。

$$V_{2} = \sqrt{\frac{2k}{k-1}} \frac{P_{1}}{\rho_{1}} \left[1 - \left(\frac{P_{2}}{P_{1}}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$$

则单个孔的质量流量为:

$$Q_{m_1} = \rho_2 V_2 A_2 = A_2 \sqrt{\frac{2k}{k-1}} P_1 \rho_1 \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right)$$

从式(4)、(5)、(6)可以得到 $\rho_2 \sqrt{V_2} \circ$

6.2 列 1′ – 1′,3 – 3 两个过流断面的伯努利方程 式及连续性方程式

式(7)可化为:

$$\rho_1 V_1 (D_1^2 - D_2^2) = \rho_3 V_3 d_2^2$$
(8)

$$\frac{k}{k-1}\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1}{2} + gz_1 = \frac{k}{k-1}\frac{P_3}{\rho_3} + \frac{V_3}{2} + gz_3 \quad (9)$$

此处:

$$gz_1 - gz_3 = gh \tag{10}$$

式(9)可化为:

$$\frac{k}{k-1}\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gh = \frac{k}{k-1}\frac{P_3}{\rho_3} + \frac{V_3^2}{2}$$
又:

$$\frac{Ck}{k-1}\rho_1^{k-1} + \frac{V_1^2}{2} + gh = \frac{Ck}{k-1}\rho_3^{k-1} + \frac{V_3^2}{2}$$
可计算出 $\rho_1 > V_3 = 0$

6.3 3-3,4-4 两个过流断面的伯努利方程式及 连续方程

从3-3面到4-4面为等径变化,故:

$$\rho_3 V_3 = \rho_4 V_4 \tag{11}$$

伯努利方程为:

$$\frac{Ck}{k-1}\rho_3^{k-1} + \frac{V_3^2}{2} + gl\cos\theta_2 = \frac{Ck}{k-1}\rho_4^{k-1} + \frac{V_4^2}{2} \quad (12)$$

其中*l*为喷管2流道长度,其值一般为已知,因 为钻头胎体高度是已知的。

将已求得的 ρ₃、V₃代入方程可计算出 ρ₄、V₄。 6.4 4-4,5-5 两个面与 5-5,6-6 两个面一起 求解

6.4.1 钻头底部结构分析

钻头底部喷管2的喷嘴部分使通过其中的工作 流体绝热膨胀,位能转化为动能,速度和比容都迅速 升高,与此同时,在喷嘴的出口处压力降得很低。在 喷嘴中流体的质量流量是恒定不变的。

喷管2的出口以及钻头底部的区域是一个扩压 区,其作用正好与喷嘴相反,它将流体的动能转化为 位能,当流出喷嘴的高速气流通过扩压器时,流速将 逐渐降低,压力不断升高,最后就成为高压低速的流 体,因此扩压器的横截面积的变化应该是扩大的,通 常都采用简单的圆锥形筒体^[3]。此处钻头体的底 部也应尽量形成一个圆锥筒体或类圆锥筒体。

由于从喷管2到钻头底部的扩压区,实际上相 当于一个扩张喷嘴,由喷射器原理可知,如果在一个 小截面的喷嘴上接一个扩张喷嘴,在扩张处可获得 超声速流。当喷嘴喉部为超声速流时,气体将在扩 张部分继续膨胀,压强降低,流速增加。

假设入口处的压强 P_4 保持不变,由空气动力学 理论,如果喷管边缘处气体的压强小于周围环境背 压,那么在喷管出口边缘就会有一道斜激波发出并 传给流场^[4]。

此处的喷管相当于一个引射结构,引射将利用 从喷嘴喷出的高速气体激波吸引并带动另一股气 流,即流量为 Q₂ 的气体在压力 P₄ 下进入喷嘴,以 V_4 喷出传入钻头底部流场中,压力降至 P_5 造成负 压,把流量为 Q_3 、压力为 P_0 的气体向上引,经混合 和扩张之后形成压力为 P_6 、 Q_4 的混合气体,以速度 V。向上返出。混合过程在钻头中心通道内到6-6 面处完成,其中流体运动依然服从能量守恒方程的 规律,其中流动中的压力与流速的变化关系总是相 反的。压力升高,流速降低;压力降低,流速升高。 而混合室的形状经过过去学者的研究以及生产实践 经验总结,圆柱体混合室与其它形状的混合室相比, 能很大程度上恢复压力。在这里,钻头的圆柱体结 构的中心通道自然成为优秀的混合室。

6.4.2 流场计算

由引射器^[5]原理可知气体混合过程的动量方 程为:

$$gQ_{4}V_{6} - Q_{2}V_{4} - Q_{3}V_{5} = (P_{6} - P_{4}) - \frac{1}{2}\xi P_{6}V_{6}^{2}A_{6}$$

$$\pm \Phi : A_{6} = \frac{\pi}{4}D_{3}^{2}$$

$$\exists :$$

$$P_{6} - P_{4} = \frac{1}{u+1}\rho_{6}V_{4}V_{6} + \frac{u}{u+1}\rho_{6}V_{5}V_{6} - \frac{1}{2}\xi P_{6}V_{6}^{2}$$

$$P_{6} - P_{5} = \frac{1}{u+1}\rho_{6}V_{4}V_{6} + \frac{u}{u+1}\rho_{6}V_{5}V_{6} - \frac{1}{2}\xi P_{6}V_{6}^{2} - \frac{1}{(1+\xi_{2})\rho_{2}}\frac{V_{2}^{2}}{2}$$

$$\pm \Phi : \exists \pm \Xi \gg u - \rho_{5}/\rho_{4} = \frac{1}{2}(\rho_{5} - \rho_{5})$$

由质量守恒可知:

 $\rho_4 V_4 A_2 + \rho_5 V_5 A_5 = \rho_6 V_6 A_6$ 式中:A6-----钻头体岩心上返中心通道的横截面积:

由此可求得 ρ_5 、 V_5 、 ρ_6 、 V_6 。

6.5 2-2.6'-6'两个面的求解

求解方法类似于 6.4. 故可得到气体被引射后 的压强与速度分别为 P_7 、 V_7 。

求解方程列于下:

$$\rho_3 V_3 A_2 + \rho_5 V_5 A_6 = \rho_7 V_7 A_6 \tag{13}$$

$$gQ_7V_7 - Q_1V_2 - Q_6V_6 = (P_7 - P_6) - \frac{1}{2}\xi\rho_2V_2^{3}A_6$$
(14)

$$A_6 = \frac{\pi}{4} D_3^2$$
 (15)

$$P_7 - P_2 = \frac{1}{u+1} \rho_7 V_2 V_7 + \frac{u}{u+1} \rho_7 V_2 V_7 - \frac{1}{2} \xi P_7 {V_7}^2 - (1+\xi_2) \rho_2 \frac{{V_2}^2}{2}$$

6.6 最后一步,将两股到达喷管1压力出口处的气 流进行汇合

由能量方程可知:从喷管1喷出的气体为压强 P_7 、流速 V_7 、质量流量为 αO_m : 从喷管 2 出来的气体 的压强为 P_6 、流速为 V_6 、质量流量为 β_m 。

由空气动力学知识:
$$\frac{V}{2} + \frac{P}{\rho} = C$$
, 则有:
 $\frac{V_6^2}{2} + \frac{P_6}{\rho_6} + \frac{V_7^2}{2} + \frac{P_7}{\rho_7} = \frac{V_8^2}{2} + \frac{P_8}{\rho_8}$ (16)

$$\rho_6 \, V_6 A_6 \, + \, \rho_7 \, V_7 A_7 = \rho_8 \, V_8 A_8 \tag{17}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = z_1 Q_{m_1} + z_2 Q_{m_2}$$
(18)

可求得 V_s、ρ_s。

以上各式中: D1-----钻头直径, mm; D2-----钻杆直 径.mm: D_3 ——钻头中心通道直径.mm: θ_1 ——引射 孔中性轴线与贯通孔中性轴线向上夹角,(°); θ,——底部排风孔中性轴线与贯通孔中性轴线向上 夹角,(°);z1-----引射孔数目;z2-----底部排风孔数 目;d1-----引射孔直径,mm;d2-----底部排风孔直 径,mm;h——引射孔与底部排风孔之间的距离, mm;a——底部排风孔与中心通道之间的距离,mm。

7 结论与展望

12个方程(7~18)联立成一个方程组,包含着 12个未知数 ρ_2 、 V_2 、 ρ_3 、 V_3 、 ρ_4 、 V_4 、 ρ_5 、 V_5 、 ρ_6 、 V_6 、 ρ_8 、 (下转第7页)

其中:引射系数
$$u = Q_5/Q_4 = d_2^2/\sin\theta_2$$



图 4 消泡器工作图

表 2 试验结果表

气	泵流量	造泡空	消泡空	消泡前单位时	消泡后单位时	消泡
液	/(L•	压机压	压机压	间泡沫的体积	间泡沫的体积	率
比	\min^{-1})	力/MPa	力/MPa	$/(L \cdot min^{-1})$	$/(L \cdot min^{-1})$	/%
100	15.5	0.5	0.4	58.2	24.8	84.0
150	10.3	0.5	0.4	41.6	16.6	84.8
200	7.7	0.4	0.4	24.8	11.1	86.3
250	6.2	0.4	0.4	35.2	16.5	70.7
300	5.2	0.4	0.4	28.2	11.8	76.6

(上接第4页)

 V_8 ,该方程组存在唯一解。可得到进入环空的气体 在反循环钻头内流体运动过程中的速度、压力、密度 等的变化,并且可将引射孔与底部排风孔结构参数 α 、 β 、 θ_1 、 θ_2 、 d_1 、 d_2 、 D_1 、 D_2 、 D_3 及引射孔与底喷孔之间 距离 h 和底喷孔与钻头中心通道距离 a 通过关系式 联系起来,从而可以精确确定研究参数 α 、 β 、 θ_1 、 θ_2 、 d_1 、 d_2 、h 和 a 的值。该结论为研究反循环钻进过程 中井底流场特性提供帮助。

以上的分析是以二级引射装置引射孔(喷管1) 以及底喷孔(喷管2)为等径均布孔来研究的,对于 证明:当气液比α=100~200时,消泡率较高,可达 86%;而且根据野外试验经验,随着消泡空压机的能 力(压力和排量)的增大,消泡效果更好。

(3) 消泡装置室内试验台的建立, 为今后现场 泡沫钻进过程中的消泡提供了试验依据。

参考文献:

- [1] 张祖培,殷琨,蒋荣庆,孙友宏,等.岩土钻掘工程新技术[M]. 北京:地质出版社,2003.
- [2] 刘志明.干旱缺水地区深水井泡沫钻进技术研究[J].长春科 技大学学报,2000,(3).
- [3] 耿瑞伦.多工艺空气钻探[M].北京:地质出版社,1990.
- [4] 聂衍钊,张祖培,孙友宏.泡沫钻进在深孔水文水井钻进中的应用[J].吉林大学学报.2003,(3).
- [5] 聂衍钊,张宏祥,张祖培. BWZ 250/50 泡沫水泵增压装置在 煤田地质勘探中的应用研究[J].东北林业大学学报(森林工 程),2004,(1).
- [6] 孙友宏,张祖培,夏衍钊,等.BWZ-1100/50型水泵泡沫增压 装置及其在深孔基岩水井钻探中的应用研究[J].探矿工程, 2001,(S1).

孔不等径,分布不均匀的随机情形,由于情况太复 杂,本次研究未能完成理论分析,有望在今后开展计 算。

参考文献:

- [1] 王振华. 流体力学的基本理论[M]. 上海:上海大学出版社, 2000.50-62.
- [2] 王保国,刘淑艳,黄伟光. 气体动力学[M]. 北京:北京理工大学出版社,2005.23-38.
- [3] 董志勇.射流力学[M].北京:科学出版社,2005.1.
- [4] E. S. 索科洛夫, H. M. 津格尔. 喷射器[M]. 黄秋云,译. 北京: 科学出版社, 1977.88-109.