圆柱螺线法测斜计算中的数值方法

许 玲[1,2], 鲁 港[2], 赵 辉[2]
(1. 中国地质大学〈北京〉地球科学与资源学院,北京 100083; 2. 中国石油辽河油田公司,辽宁 盘锦 124010)

摘 要:圆柱螺线法是井眼轨迹计算中最常使用的方法之一,在实钻轨迹监控、中靶分析和预测、井身质量评价等实际问题中都有重要的应用。但是当井段 2 个端点的井斜角之差或者方位角之差等于零时,圆柱螺线法坐标计算公式需要进行特殊处理才能正常计算;在井斜角之差或者方位角之差很小时,坐标计算会出现较大误差。对圆柱螺线法坐标计算公式进行了改进,用一组计算公式统一处理井斜角之差或者方位角之差等于零和不等于零的情况,提高了坐标的数值计算的精度和稳定性。对圆柱螺线型井眼轨迹的平均井眼曲率的数值计算进行了研究,提出了使用高斯型数值积分公式计算平均井眼曲率的新方法,并用实例对 3 种平均井眼曲率计算方法进行了对比。

关键词:圆柱螺线法;测斜计算;井眼轨迹;井眼曲率;数值积分

中图分类号:TE243 **文献标识码**:A **文章编号**:1672 - 7428(2008)05 - 0001 - 04

Numerical Method for Deviational Survey by Cylinder Helix Method/*XU Ling*[1,2], *LU Gang*[2], *ZHAO Hui*[2] (1. China University of Geosciences, Beijing 100083, China; 2. Liaohe Oilfield Company, PetroChina, Panjin Liaoning 124010, China)

Abstract: Cylinder helix method is one of the most commonly used methods for borehole trajectory calculation in respects of drilling trajectory monitoring, target-entering analysis & prediction and well bore quality evaluation. However, when the difference between the deviation angles or azimuth angles of the two ends of an interval is zero, the formula of coordinate calculation of cylinder helix method needs to be specially treated for normal use; and when the difference between deviation angles or azimuth angles is very small, there could be a big error in coordinate calculation. This paper introduced the improvement on coordinate calculation formula of cylinder helix method and the study on numerical calculation of average borehole curvature of cylinder helix trajectory. Three calculation methods for average borehole curvature are compared using practical cases.

Key words: cylinder helix method; deviational survey calculation; borehole trajectory; borehole curvature; numerical integration

实钻井的井眼轨迹计算是钻井轨迹监控中的基本问题,在中靶预测分析[1~3]、邻井防碰计算[4,5]、井身质量评价等工作中都有重要的应用。目前测量仪器只能测量多个井深处的井斜角和井斜方位角数据,井眼轨迹计算的任务就是依据一组井深、井斜角、方位角数据计算出各个井深处的井眼轨迹的坐标等参数。从数学上来看,井眼轨迹是一条连续光滑的空间曲线,井斜角和方位角可以看成是井身的切线信息,而井身坐标是位置信息。仅仅知道切线信息是无法唯一确定曲线的位置的,所以必须给定附加的限制条件。在钻井轨迹计算中,常常将井眼轨迹假设为某些简单的空间曲线。

如果井眼轨迹(或井段)假设为等变螺旋角的圆柱螺线,其在两端点处与井眼方向相切,则对应的坐标计算方法就是曲率半径法或称圆柱螺线法[6]。圆柱螺线法是井眼轨迹计算中最常用的计算方法之一,其基本计算公式在很多专著中都有介绍。但是对实际计算特别是计算机软件开发中的数值计算过程的数值稳定性、计算精度控制、特殊情况的处理等具体计算细节涉及较少。

本文对圆柱螺线法的数值计算中的几个细节问题进行了讨论,提出了提高计算精度、减少计算工作量的处理方法。还对井眼平均曲率的精确计算提出了使用数值积分计算的新方法。该新方法可用以提高计算机软件圆柱螺线法的计算速度和计算精度,增强计算过程的稳定性。

1 圆柱螺线法的基本公式

假设测斜数据共有 N 个,第 i 个测点的井深为 L_i、井斜角为 α_i、方位角为 φ_i, $i=1,\cdots,N$。井深单位

收稿日期:2007 - 09 - 24; **改回日期**:2008 - 04 - 19

基金项目:中国石油天然气股份公司油气勘探超前共性科技项目“辽河探区西部凹陷深化勘探理论与实践”的部分内容(编号:07 - 01C - 01 - 04)

作者简介:许玲(1969 -),女(汉族),辽宁人,中国地质大学(北京)博士在读,中国石油辽河油田公司高级经济师,工商管理硕士,从事专业技术人员管理工作,辽宁省盘锦市兴隆台区辽河油田公司党委组织部。

为 m,井斜角和方位角的单位为弧度。

圆柱螺线法假设:在一个测段上,井眼轨迹曲线为等变螺旋角圆柱螺线的一段,它在水平投影图和垂直剖面图上的曲率 K_V 和 K_H 保持为常数。用(X, Y,Z)表示井眼轨迹上任意一点的北坐标、东坐标和垂直深度,则在第 i 个测段上,坐标增量由下式计算[6]:

$$\Delta X_i = r_i(\sin\varphi_i - \sin\varphi_{i-1}) \tag{1}$$

$$\Delta Y_i = r_i(\cos\varphi_{i-1} - \cos\varphi_i) \tag{2}$$

$$\Delta Z_i = R_i(\sin\alpha_i - \sin\alpha_{i-1}) \tag{3}$$

$$\Delta S_i = R_i(\cos\alpha_{i-1} - \cos\alpha_i) \tag{4}$$

式中:ΔX_i——北坐标增量,$\Delta X_i = X_i - X_{i-1}$;$\Delta Y_i$——东坐标增量,$\Delta Y_i = Y_i - Y_{i-1}$;$\Delta Z_i$——垂深增量,$\Delta Z_i = Z_i - Z_{i-1}$;$\Delta S_i$——水平投影长度增量,$\Delta S_i = S_i - S_{i-1}$;$r_i$——在垂直剖面图上的投影(圆弧)的半径;$R_i$——在水平投影图上的投影(圆弧)的半径。

$$R_i = \Delta L_i / \Delta\alpha_i \tag{5}$$

$$r_i = R_i(\cos\alpha_{i-1} - \cos\alpha_i)/\Delta\varphi_i \tag{6}$$

式中:ΔL_i——段长,$\Delta L_i = L_i - L_{i-1}$;$\Delta\alpha_i$——测段井斜角增量,$\Delta\alpha_i = \alpha_i - \alpha_{i-1}$;$\Delta\varphi_i$——测段方位角增量,$\Delta\varphi_i = \varphi_i - \varphi_{i-1}$。

当 $\Delta\alpha_i = 0$ 或 $\Delta\varphi_i = 0$ 时,无法计算 R_i 或 r_i,需要进行特殊处理才能计算坐标增量。特殊情况的组合共有 4 种,给测斜计算特别是计算机编程造成很大麻烦。另外,当 $\Delta\alpha_i$ 或 $\Delta\varphi_i$ 是接近于 0 的很小的数时,以 $\Delta\alpha_i$ 或 $\Delta\varphi_i$ 为分母的除法很容易产生计算机除法溢出,从而导致计算异常。这些细节问题都需要对圆柱螺线法的数值计算加以进一步的研究,给出适合于计算机数值计算的计算公式。

2 圆柱螺线法的新公式

定义一个辅助函数:

$$\lambda(x) = [2\sin(x/2)]/x \tag{7}$$

根据微积分学中的极限公式[7],有:

$$\lim_{x\to 0}\lambda(x) = 1$$

根据正弦函数的幂级数展开式得到计算辅助函数的一个近似公式:

$$\lambda(x) = 1 - \frac{x^2}{24} + \frac{x^4}{1920} - \frac{x^6}{322560} \tag{8}$$

当 x 很小时,式(8)具有非常高的计算精度。

将式(5)代入式(3)、(4),并进行三角函数化简,得到下面的公式:

$$\Delta Z_i = \Delta L_i \lambda(\Delta\alpha_i)\cos[(\alpha_{i-1} + \alpha_i)/2] \tag{9}$$

$$\Delta S_i = \Delta L_i \lambda(\Delta\alpha_i)\sin[(\alpha_{i-1} + \alpha_i)/2] \tag{10}$$

将式(4)、(5)、(6)代入式(1)、(2),并进行三角函数化简,得到下面的公式:

$$\Delta X_i = \Delta S_i \lambda(\Delta\varphi_i)\cos[(\varphi_{i-1} + \varphi_i)/2] \tag{11}$$

$$\Delta Y_i = \Delta S_i \lambda(\Delta\varphi_i)\sin[(\varphi_{i-1} + \varphi_i)/2] \tag{12}$$

当 $\Delta\alpha_i \neq 0$ 时,式(9)、(10)与式(3)、(4)完全等价;当 $\Delta\alpha_i = 0$ 时,由于函数 $\lambda(x)$ 当 $x\to 0$ 时有确定的极限值 1,得到:

$$\Delta Z_i = \Delta L_i \cos\alpha_i, \quad \Delta s_i = \Delta L_i \sin\alpha_i$$

这与式(3)、(4)的特殊情况的处理也完全相同,因此新公式(9)、(10)统一处理了公式(3)、(4)的 $\Delta\alpha_i \neq 0$ 的一般情况和 $\Delta\alpha_i = 0$ 的特殊情况。同样可以证明,新公式(11)、(12)统一处理了公式(1)、(2)的 $\Delta\varphi_i \neq 0$ 的一般情况和 $\Delta\varphi_i = 0$ 的特殊情况。因此,使用新公式(9)~(12)完全可以取代原有公式(1)~(6)进行坐标增量的计算。

新公式(9)~(12)不仅具有简明、整齐的表达形式,统一处理 $\Delta\alpha_i = 0$ 或 $\Delta\varphi_i = 0$ 的特殊情况,而且特别适合于计算机编程,降低程序的逻辑复杂度,减少编程错误。

使用了辅助函数 $\lambda(x)$ 的新公式还提高了计算数值的稳定性。例如,原来计算 ΔZ_i 的公式如下:

$$\Delta Z_i = \Delta L_i(\sin\alpha_i - \sin\alpha_{i-1})/\Delta\alpha_i$$

当 α_{i-1} 与 α_i 相差很小时,上式是 2 个很小的数的除法,在计算机的数值计算中,容易产生较大的计算误差或者出现除法溢出的异常情况。而使用新公式(8)、(9)来计算就能避免出现这些情况,保证计算的准确性和稳定性。

3 平均井眼曲率的计算

井眼轨道上任意点的井眼曲率为[6]:

$$K = \sqrt{K_\alpha^2 + K_\varphi^2 \sin\alpha} \tag{13}$$

式中:K_α——井斜变化率,$K_\alpha = \frac{d\alpha}{dL}$;$K_\varphi$——方位变化率,$K_\varphi = \frac{d\varphi}{dL}$;$K$——井眼曲率;$\alpha$——井斜角。

对于圆柱螺线井段:

$$K_\alpha = (\Delta\alpha_i / \Delta L_i) \tag{14}$$

$$K_\varphi = \frac{\Delta\varphi_i}{\Delta L_i} \cdot \frac{\Delta\alpha_i}{2\sin(\Delta\alpha_i/2)} \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin[(\alpha_{i-1} + \alpha_i)/2]} \tag{15}$$

当 $\alpha_{i-1} = \alpha_i = 0$ 时,圆柱螺线退化成垂直线段,可取 $K_\varphi = 0$,这时有 $K \equiv 0$。

当 $\alpha_{i-1} = \alpha_i \neq 0$ 时,在式(15)中按极限公式计算,得到 $K_\varphi = \Delta\varphi_i / \Delta L_i$,这时有 $K = (|\Delta\varphi_i|\sin\alpha_i)/\Delta L_i$。

当 $\Delta\varphi_i=0$ 时,有 $K=|\Delta\alpha_i|/\Delta L_i$。

井段的平均井眼曲率定义为[8]:

$$\overline{K}=\frac{1}{\Delta L_i}\int_{L_{i-1}}^{L_i}K(L)\,\mathrm{d}L$$

其中 $K(L)$ 是井段上井深为 L 点处的井眼曲率。

记: $\alpha_i=[\Delta\varphi_i/(\cos\alpha_{i-1}-\cos\alpha_i)]^2$

则有:

$$\overline{K}=\begin{cases}(|\Delta\varphi_i|\sin\alpha_i)/\Delta L_i,\ \text{当}\ \Delta\alpha_i=0\\ |\Delta\alpha_i|/\Delta L_i,\ \text{当}\ \Delta\varphi_i=0\\ \dfrac{1}{\Delta L_i}\displaystyle\int_{\alpha_{i-1}}^{\alpha_i}\sqrt{1+\sin^4\alpha}\,\mathrm{d}\alpha,\ \text{当}\ \Delta\alpha_i\neq0,\Delta\varphi_i\neq0\end{cases}\tag{16}$$

式(16)中积分需要使用数值积分方法计算。进一步做积分变量变换 $x=(2\alpha-\alpha_{i-1}-\alpha_i)/\Delta\alpha_i$,则这个积分可以改写成下面的标准形式:

$$\overline{K}=\frac{\Delta\alpha_i}{2\Delta L_i}\int_{-1}^{+1}f(x)\,\mathrm{d}x\tag{17}$$

其中:

$$f(x)=\sqrt{1+\alpha\sin^4\frac{(1-x)\alpha_{i-1}+(1+x)\alpha_i}{2}}$$

从而可以用 Gauss 型数值积分公式[7]来计算式(17)中的定积分:

$$\overline{K}=\frac{\Delta\alpha_i}{2\Delta L_i}\sum_{k=1}^{n}A_k^{(n)}f(x_k^{(n)})\tag{18}$$

式中:n——节点数;$A_k^{(n)}$——积分公式系数,$k=1,\cdots,n$;$x_k^{(n)}$——节点,$k=1,\cdots,n$。

积分系数和节点的具体数值参见有关文献。

4　算例

在行业标准中,平均井眼曲率由下面的近似公式计算:

$$K_1=\sqrt{\left(\frac{\Delta\alpha_i}{\Delta L_i}\right)^2+\left(\frac{\Delta\varphi_i}{\Delta L_i}\right)^2\sin^2\frac{\alpha_{i-1}+\alpha_i}{2}}$$

刘修善[9]认为,无论井眼轨迹曲线为何种曲线,都可以用弯曲角来计算平均井眼曲率:

$$K_2=\varepsilon_i/\Delta L_i$$

式中:ε_i——井段的弯曲角,$\cos\varepsilon_i=\cos\alpha_{i-1}\cos\alpha_i+\sin\alpha_{i-1}\sin\alpha_i\cos\Delta\varphi_i$。

而事实上,上述公式只适合于井眼轨迹类型为空间圆弧的情况,对于其他曲线类型则当井段方位角较大时与真实的平均井眼曲率有较大偏差,这个结论已为大量的数值模拟试验所证实[8]。

下面再用实际钻井数据对这个结论加以检验。苏 10－30－38H 是一口设计井深为 4000 m、水平位移 860 m 的水平井,造斜点为 3000 m,实际测斜数据及平均井眼曲率计算结果部分数据见表 1。

表 1　苏 10－30－38H 井平均井眼曲率计算结果表

井深/m	井斜角/(°)	方位角/(°)	平均井眼曲率/[(°)·(25 m)$^{-1}$] 圆柱螺线法	行业标准	刘修善法
142.00	0.50	29.75	0.088	0.088	0.088
300.00	0.20	22.75	0.048	0.048	0.048
487.00	0.50	106.75	0.085	0.079	0.069
529.10	1.25	124.06	0.481	0.472	0.467
557.95	1.14	144.02	0.373	0.373	0.371
586.83	1.48	158.07	0.407	0.405	0.403
615.76	1.60	171.13	0.321	0.321	0.320
644.66	1.60	172.03	0.022	0.022	0.022
673.61	2.41	345.83	5.371	5.297	3.458
702.57	2.12	228.28	4.024	4.018	3.346
731.39	2.13	234.00	0.184	0.184	0.184
818.19	1.69	257.73	0.641	0.638	0.637
875.99	1.59	276.89	0.342	0.342	0.341
962.72	0.92	259.28	0.454	0.451	0.449
991.69	0.88	283.58	0.331	0.331	0.329
1020.65	0.80	285.25	0.072	0.072	0.072
1049.60	0.60	39.75	1.229	1.220	1.021
1078.50	0.66	137.47	0.932	0.931	0.822
1107.41	0.70	280.32	1.467	1.466	1.115
1137.36	0.41	138.87	1.197	1.169	0.878
1165.31	0.06	38.60	0.572	0.483	0.380
1194.24	0.35	119.72	0.410	0.355	0.299
1223.16	0.43	88.71	0.196	0.195	0.192
1252.06	0.10	14.39	0.464	0.412	0.358
1280.93	0.45	28.74	0.314	0.309	0.307
1309.87	0.50	52.47	0.176	0.175	0.174
1338.82	0.48	48.74	0.033	0.033	0.033
1367.72	0.51	333.88	0.560	0.560	0.521
1425.53	0.40	329.66	0.009	0.009	0.009
1454.46	0.50	266.53	0.439	0.437	0.414
1483.38	0.58	218.97	0.394	0.394	0.382
1512.26	2.60	331.63	3.696	3.222	2.488
1541.15	2.58	225.87	4.136	4.136	3.574
1570.03	2.16	20.08	5.547	5.532	4.000
1598.97	2.25	21.21	0.086	0.086	0.086
1627.91	2.36	250.20	4.554	4.553	3.624
…	…	…	…	…	…

从表 1 可以发现,当井段两端点方位角相差不大时,3 种方法计算出的平均井眼曲率的数值差别很小;但是当方位角相差很大时(在直井段一般井斜角都很小但方位角变化很大),刘修善法计算的平均井眼曲率与圆柱螺线平均井眼曲率的差别比较大,数值偏低,最大相对误差达到 30%。

井眼曲率表征了井眼轨迹的弯曲程度,井眼曲率的数值大小直接影响起、下套管作业的顺利进行,对井眼曲率数值的估计过低可能给现场套管作业造成意外的困难。尽管实际井眼轨迹不一定真正符合

圆柱螺线曲线假定,但是既然井眼轨迹坐标是按照圆柱螺线假定来计算的,其井眼曲率也应该按照圆柱螺线曲线来计算。因此在使用圆柱螺线法计算井眼轨迹时,推荐使用本文提出的数值积分法来计算井眼平均曲率。

目前随着计算机技术的普及应用和计算机性能的飞速发展,井眼轨迹计算基本上都是由计算机来完成的。数值积分法尽管形式较刘修善公式和行业标准公式复杂,但是在使用计算机编程计算时,其计算量的差别微乎其微。

5 结论

(1)对圆柱螺线法的基本计算公式在数值计算中经常发生的问题进行了剖析,通过数学推演,得到了圆柱螺线法的另一种等价形式。新形式公式消除了原公式中可能出现的小数相除所造成的计算不稳定现象,为井眼轨迹计算的计算机软件开发提供了一种易于编程、数值稳定的方法。

(2)详细推导了平均井眼曲率精确计算的数值积分公式,并以实例验证了当井段方位角变化很大时刘修善公式有较大的相对误差。合理地、准确地估算平均井眼曲率的数值对起下套管作业的安全有很重要的实际意义。

(3)随着计算机技术的普及应用和计算机性能的提高,应对圆柱螺线法、最小曲率法等经典算法做更加细致的研究,使数值计算过程特别是计算机软件计算得更准、更快、更稳定。

参考文献:

[1] 佟长海,鲁港,谭静.水平井的中靶分析[J].天然气工业,2008,28(3):64-66.

[2] 鲁港,邢玉德,王刚,等.水平井实钻轨迹中靶效果分析的偏差率模型[J].石油钻探技术,2007,35(1):20-22.

[3] 鲍继红.定向井中靶分析的圆弧模型及其解析解[J].中国海上油气,2007,19(5):343-345.

[4] 鲁港,邢玉德,吴俊林,等.邻井防碰计算的快速扫描算法[J].石油地质与工程,2007,21(2):78-81.

[5] 鲁港,常汉章,邢玉德,等.邻井间最近距离扫描的快速算法[J].石油钻探技术,2007,35(3):23-26.

[6] 刘修善.井眼轨道几何学[M].北京:石油工业出版社,2007.247-249.

[7] 编写组.数学手册[M].北京:人民教育出版社,1979.169,295.

[8] 鲁港,李晓光,单俊峰,等.平均井眼曲率的计算[J].钻采工艺,2007,30(3):149-150,160.

[9] 刘修善.井眼轨道的平均井眼曲率计算[J].石油钻采工艺,2005,27(5):11-15.

中国地质科学院勘探技术研究所与中国机械设备进出口总公司(CMEC)签署土耳其 BEYPAZARI 天然碱项目采集卤对接连通井三期合同

本刊讯 中国地质科学院勘探技术研究所(以下简称勘探所)积极贯彻落实地质工作“走出去”的战略,于 2008 年 4 月 24 日,与中国机械设备进出口总公司(CMEC)签署了土耳其 BEYPAZARI 天然碱项目采集卤对接井三期钻井工程合同,合同总工程量为 16 对对接连通井,2 万 m 钻探工作量。该项目的签署,标志着勘探所与 CMEC 在土耳其的合作进入了一个新的高潮。

勘探所于 2003~2006 年在土耳其实施的 BEYPAZARI 天然碱项目采集卤对接井一期、二期工程共完成了 30 对定向钻进对接连通井的施工,钻进总进尺约为 4 万 m,其技术难度要求之高,在国内外均属罕见。期间不仅克服了异常的井漏和泥浆起泡等技术难题,而且也克服了矿区天然磁场的异常表现等客观因素,在对接靶区特别小的情况下,两井对接偏差不到 0.5 m,创下了对接精度新记录。

对接连通井技术是定向钻进中的一种高新钻探技术,可实现两井或多井在目的开采层直接对接连通,建井成本低,产量高,质量好,对接层位及对接方向可以控制,可预留保安矿柱,控矿量大,资源利用率高,且开采井的生产管理简单,占地少,对地面及地层污染小等,具有“绿色环保高新钻探技术”之美称。

勘探所发挥自身优势,利用自主研发的高新钻探技术实施土耳其对接连通井项目,通过该项目的实施,可以进行多项正在研发的地质调查项目的研究与应用,达到生产、研究与试验多重目的,力争在定向钻探技术领域实现新的突破,提升我国钻掘技术的水平。

中国地质调查局科技外事部叶建良主任在签字仪式上提出:“希望勘探所抓住当前的大好机遇,加快发展。无论是国内,还是国外,对钻探新技术、新产品的需求很旺盛,要积极开拓,加快发展,保持特色,发挥优势,并不断创新与深化,形成自己特有的品牌。”

叶建良主任还表示,中国地质调查局在国土资源部的领导下,积极贯彻党中央提出的“两种资源、两个市场”的决策,一如既往地大力支持 CMEC 与勘探所的合作,只有通过多方面的良好合作,才能够发挥各自的优势,开拓市场,并占领市场,实现共赢。

签字仪式上,勘探所所长甘行平说:“在国土资源部、中国地质调查局的正确领导下,在甲方 CMEC 的大力支持下,有全所职工的共同拼搏和艰苦努力,勘探所将以土耳其三期工程为新的起点,充分发挥定向钻探技术的优势,吸取一期、二期工程中成熟经验,确保土耳其三期工程按合同要求顺利实施,为我国的钻掘事业做出我们新的更大的贡献。”

(孟庆鸿 供稿)