摆线型大位移井轨道设计的数值计算

陈 勋
(中国石油辽河油田公司钻井工程部,辽宁 盘锦 124010)

摘 要:摆线型大位移井轨道由“直井段—圆弧井段—摆线井段—稳斜井段”构成,与其他类型的大位移井轨道相比,摆线型大位移井具有最小的或很小的摩阻和摩阻力矩。摆线型大位移井轨道设计问题归结为求解一个二元方程组,当未知设计参数为摆线井段初始井斜角或稳斜井段井斜角时,该方程组为非线性方程组,没有解析解。通过数学变换和化简,得到了等价的三角函数方程,根据区间搜索和二分法提出了求该三角函数方程近似解的数值迭代算法。算例表明,该算法具有很好的迭代稳定性,计算精度高、速度快。新算法可用于大位移井轨道设计的计算机软件开发,对于提高软件的适用性和稳定性具有较大的帮助。

关键词:大位移井;摆线;井眼轨道;数值迭代;二分法

中图分类号:TE243 **文献标识码**:A **文章编号**:1672-7428(2010)06-0001-03

Numerical Calculation of Design for Cycloid Extended Reach Well Trajectory/*CHEN Xun* (Liaohe Oilfield Company Drilling Department, PetroChina, Panjin Liaoning 124010, China)

Abstract: The trajectory of cycloid extended reach well consists of straight section-arc section-cycloid section-steady inclined section with the minimum or very small friction and friction moment. The design comes down to solution for system of two elements equations, when the unknown design parameters are according to the initial well deviation angle of cycloid section or deviation angle of remained inclined section, the equations are nonlinear without analytical solution. The equivalent triangle function equation is obtained by mathematical transformation and simplification; numerical iterative algorithm for triangle function equation approximate solution is put forward by interval query and bisection method. The numerical examples show the algorithm has high calculation accuracy and quick operation with good iterative stability. This new algorithm can be applied in the development of computer software to improve the applicability.

Key words: extended reach well; cycloid; well trajectory; numerical iteration; bisection method

大位移井设计的主要目的是尽量减小钻柱摩阻、改善钻柱的受力情况。为了达到这个目的,井眼轨道的增斜井段一般选择非圆弧曲线,如悬链线、抛物线等[1]。理论研究和数值计算方面研究得比较透彻的大位移井轨道设计问题包括悬链线[2,3]、侧位悬链线[1]、抛物线[4~6]、侧位抛物线[7]等类型的设计问题。卢明辉等[8]提出了使用摆线作为增斜井段的大位移轨道设计的新方法,在其计算实例中,4 种井段曲线类型(圆弧、悬链线、准悬链线、摆线)中,摆线轨道的起钻摩阻、摩阻力矩最小。在宋执武等人[9]的对比分析中,摆线轨道在 6 种井段曲线类型中在下钻摩阻、起钻摩阻、滑动摩阻、旋转摩阻等指标上也是最好或次好的。

使用摆线来设计大位移井轨道时,井眼轨道由“直井段 + 圆弧井段 + 摆线井段 + 稳斜井段”构成[8]。根据靶点平移和垂深可以列出 2 个方程组成的方程组,其中包括 6 个设计参数。文献[8]给出了未知数为摆线特征参数和稳斜段长的情况下的设计方程组的解析解。卢明辉等[8]分析了大位移井圆弧轨道设计中造斜点和稳斜角与摩阻之间的关系,指出造斜点和稳斜角对降低摩阻有重要作用。因此,对于摆线型大位移井轨道设计问题方程组,未知数不能仅限于摆线特征参数和稳斜段长。实际上,从 6 个待定设计参数中选择 2 个作为未知数的选择方法共有 15 种,尽管其中一部分未知数组合情况在实际设计中很少用到,但是作为算法研究和计算机软件开发来说,应该给出所有未知数组合情况的求解方法。

本文可以看成是对有关文献中的设计方法的细化和补充,也对大位移井轨道设计的计算机软件开发有重要的指导意义。

约定:除特别声明之外,文中长度变量的物理单位均为 m,角度变量的物理单位均为 rad。

收稿日期:2010-01-24; **修回日期**:2010-04-08

作者简介:陈勋(1963-),男(汉族),湖北荆门人,中国石油辽河油田公司副处长、高级工程师,钻井工程专业,从事钻井工程管理工作,辽宁省盘锦市。

1　数学模型

摆线型大位移井轨道设计的数学模型如下[8]：

$$D_a + R\sin\alpha_b + a(\cos2\alpha_b - \cos2\alpha_W) + L_W\cos\alpha_W = D_t \tag{1}$$

$$R(1-\cos\alpha_b) + a[2(\alpha_W - \alpha_b) + \sin2\alpha_b - \sin2\alpha_W] + L_W\sin\alpha_W = S_t \tag{2}$$

式中：D_a——直井段的长度；R——圆弧井段的曲率半径；α_b——摆线井段初始井斜角；a——摆线特征参数；α_W——稳斜井段的井斜角；L_W——稳斜井段的长度；D_t——靶点垂深；S_t——靶点平移。

在方程组(1～2)中，有 6 个待定设计参数：D_a、R、α_b、a、α_W、L_W，需要将其中的 4 个指定为已知的。当未知数为 D_a、R、a、L_W 中的任意 2 个时，方程组(1～2)是二元线性代数方程组，使用克莱默法则[11]直接求解析解(本文不再进一步讨论)。摆线特征参数 a 是一个难以给定的设计参数，一般应作为未知数。当 α_b 或 α_W 为未知数时，方程组(1～2)是三角函数方程组，需要使用数值迭代法进行求近似解。

从方程组(1～2)消去未知数 a，得：

$$\frac{\cos2\alpha_b - \cos2\alpha_W}{2(\alpha_W - \alpha_b) + \sin2\alpha_b - \sin2\alpha_W} = \frac{D_t - D_a - R\sin\alpha_b - L_W\cos\alpha_W}{S_t - R(1-\cos\alpha_b) - L_W\sin\alpha_W} \tag{3}$$

从方程(3)求出未知数 α_b 或 α_W 之后，代入式(1)或(2)即可求出摆线特征参数 a。

下面仅讨论未知数为 a 和 α_b 或 α_W 的情况。

2　第一种情况

摆线井段初始井斜角 α_b 为一个未知数。令：

$$m = \frac{S_t - L_W\sin\alpha_W - R}{R}$$

$$n = \frac{D_t - D_a - L_W\cos\alpha_W}{R}$$

$$x = \alpha_W - \alpha_b \tag{4}$$

$$F(x) = [m\sin(2\alpha_W - x) + \sin\alpha_W + n\cos(2\alpha_W - x)]\sin x + [\sin(\alpha_W - x) - n]x$$

从式(3)得到：

$$F(x) = 0 \tag{5}$$

大量数值试验表明，在约束范围 $0 < x < \alpha_W$ 之内，方程(5)一般有 2 个解。函数 $F(x)$ 的典型图形如图 1 所示[横轴 x 已转换成以(°)为单位]。

根据函数 $F(x)$ 的曲线特征，根据区间搜索和二分法的思想，给出下面的数值求解算法。

给定步长 Δx，函数值允许误差 ε_F，自变量控制误差 ε_x。

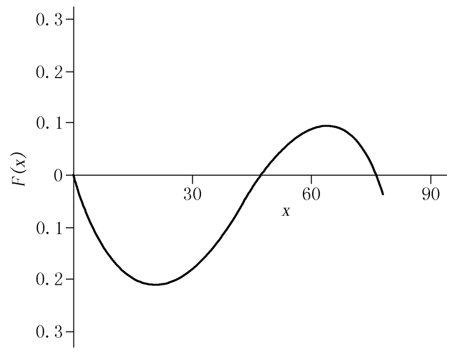

图 1　函数 $F(x)$ 的典型图形

算法 1：

(1) 令 $x_1 = \Delta x$，计算 $F_1 = F(x_1)$；

(2) 如果 $|F(x_1)| \le \varepsilon_F$，则 $x = x_1$ 是满足精度要求的近似解，退出；

(3) 令 $x_2 = x_1 + \Delta x$，计算 $F_2 = F(x_2)$；

(4) 如果 $|F(x_2)| \le \varepsilon_F$，则 $x = x_2$ 是满足精度要求的近似解，退出；

(5) 如果 $F_1F_2 > 0$，则令 $x_1 = x_2$，$F_1 = F_2$，转第(3)步；

(6) 令 $x_3 = (x_1 + x_2)/2$，计算 $F_3 = F(x_3)$；

(7) 如果 $|F(x_3)| \le \varepsilon_F$，则 $x = x_3$ 是满足精度要求的近似解，退出；

(8) 如果 $|x_2 - x_1| \le \varepsilon_x$，则无解，退出；

(9) 如果 $F_1F_3 > 0$，则令 $x_1 = x_3$，$F_1 = F_3$，转第(6)步；

(10) 如果 $F_2F_3 > 0$，则令 $x_2 = x_3$，$F_1 = F_3$，转第(6)步。

在算法 1 中，前 5 步是以步长 Δx 搜索有解区间，特征是在区间端点处的函数值的符号相反。后 5 步使用经典的二分法在有解区间上进行迭代求解。

如果前 5 步没有得到有解区间，则减少步长 Δx 再次搜索有解区间。当步长 Δx 非常小时仍然不能得到有解区间，则可能是设计问题本身无解。

3　第二种情况

稳斜井段井斜角 α_W 为一个未知数。令：

$$p = \frac{S_t - R(1-\cos\alpha_b)}{L_W}$$

$$q = \frac{D_t - D_a - R\sin\alpha_b}{L_W}$$

$$
\begin{aligned}
G(x) = [&p\sin(2\alpha_b + x) - \cos\alpha_b + \\
&q\cos(2\alpha_b + x)]\sin x + \\
&[\cos(\alpha_b + x) - q]x
\end{aligned}
$$

从式(3)得到：

$$G(x) = 0 \tag{6}$$

大量数值试验表明,在约束范围 $\alpha_b < x < \pi/2$ 之内,方程(6)一般有一个解。函数 $G(x)$ 的典型图形如图2所示[横轴 x 已转换成以(°)为单位]。

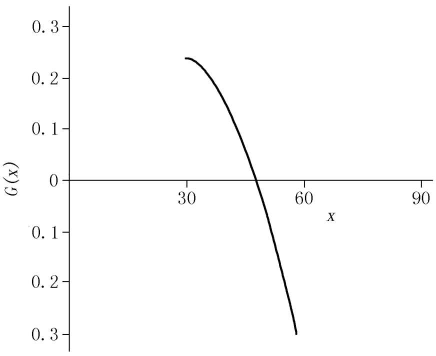

图2　函数 $G(x)$ 的典型图形

根据函数 $G(x)$ 的曲线特征,也可以根据区间搜索和二分法的思想给出数值求解算法。

算法2(略)。

4　算例

为了便于对比,使用文献[8]中的算例。某井目标点垂深2985 m,水平位移8062.7 m,造斜点垂深442 m,造斜点以上为直井段,给定稳斜井段井斜角为78°,圆弧井段造斜率为3°/30 m,造斜至30°。

根据以上设计参数,求出稳斜段长为6893.07 m,摆线特征参数为582.49 m,均保留2位小数。

算例1:未知数为摆线井段初始井斜角 α_b。搜索步长取为 $\Delta x = 11\pi/6000$,函数值允许误差 $\varepsilon_F = 10^{-8}$,运行算法1。首先求出有解区间为 $0.835 < x < 0.841$,在该区间上使用二分法进行迭代,经过16次迭代计算得到 $x = 0.837758$、$F(x) = -4.71 \times 10^{-9}$。将 x 转换成以(°)为单位的值再利用式(4)得 $\alpha_b = 30.00°$。该近似解与文献[8]中的给定值几乎相等。

算例2:未知数为稳斜井段井斜角 α_W。搜索步长和函数值允许误差与算例1相同,运行算法2。首先求出有解区间为 $0.835 < x < 0.841$,在该区间上使用二分法进行迭代,经过19次迭代计算得到 $x = 0.837758$、$G(x) = -4.03 \times 10^{-9}$。将 x 转换成以(°)为单位的值再利用式(4)得 $\alpha_W = 78.00°$。该近似解与文献[8]中的给定值几乎相等。

5　结论

(1)摆线型大位移井轨道由“直井段+圆弧井段+摆线井段+稳斜井段”构成,轨道设计问题等介于求解一个二元方程组。未知设计参数不是摆线井段初始井斜角和稳斜井段井斜角时,该方程组为线性代数方程组,使用克莱默法则直接可以求出解析解;否则,该方程组为非线性方程组,可以归结为角度未知数的三角函数方程。

(2)在未知设计参数为摆线井段初始井斜角或稳斜井段井斜角的情况下,推导出了未知数所满足的三角函数方程,根据有解区间搜索和二分法提出了该三角函数方程求解的数值迭代算法。算例表明,新算法具有迭代过程稳定、计算精度高、速度快等优良特性。

(3)本文提出的新算法可以用于摆线型大位移井轨道设计的计算机软件开发中,对于提高轨道设计软件的计算性能具有一定的意义。

参考文献:

[1]　韩志勇.定向钻井设计与计算[M].山东东营:中国石油大学出版社,2007.149－174.

[2]　韩志勇.定向井悬链线轨道的无因次设计方法[J].石油钻采工艺,1997,19(4):13－16.

[3]　鲁港,曹传文,夏泊洢.大位移井悬链线剖面设计的数值计算[J].探矿工程(岩土钻掘工程),2010,37(2):1－3,8.

[4]　鲁港,余雷,杨文举.大位移井抛物线剖面设计的数值计算[J].石油地质与工程,2009,23(5):81－83.

[5]　刘修善,周大千,李世斌,等.抛物线型定向井剖面的设计原理及方法[J].大庆石油学院学报,1989,13(4):29－37.

[6]　刘修善.抛物线型井眼轨道的数学模型及其设计方法[J].石油钻采工艺,2006,28(4):7－9,13.

[7]　齐海鹰,鲁港,杨文举.大位移井侧位抛物线剖面设计的数值计算[J].中外能源,2009,14(11):55－57.

[8]　卢明辉,管志川.大位移井摆线轨道设计方法[J].石油大学学报(自然科学版),2003,27(6):33－35.

[9]　宋执武,高德利,李瑞营.大位移井轨道设计方法综述及曲线优选[J].石油钻探技术,2006,34(5):24－27.

[10]　卢明辉,管志川.大位移井轨道设计中关键参数的确定[J].石油钻探技术,2003,31(5):70－71.

[11]　编写组.数学手册[M].北京:人民教育出版社,1979.150－151.