

基于克里金代理模型与子集模拟的边坡 高效可靠度分析

雷世平¹, 李京泽^{2,3,4}, 刘磊磊^{*2,3,4}, 李云青¹

(1. 湖南省有色地质勘查局一总队, 湖南 郴州 423099;

2. 有色金属成矿预测与地质环境监测教育部重点实验室(中南大学), 湖南 长沙 410083;

3. 湖南省有色资源与地质灾害探查湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410083;

4. 中南大学地球科学与信息物理学院, 湖南 长沙 410083)

摘要:作为一种高效且准确的代理模型,克里金方法近年来被广泛用于边坡高效可靠度分析。然而,传统方法一般直接将克里金模型与蒙特卡洛模拟耦合进行可靠度分析,导致其在高维小失效概率的边坡可靠度计算中容易出现内存占用过大甚至溢出而无法求解的问题。为此,提出一种基于克里金代理模型子集模拟方法,以高效解决小概率水平的边坡可靠度分析问题。该方法首先采用一定数量的样本校准克里金模型并进行精度验证,然后基于构建的模型开展子集模拟边坡可靠度计算。最后,采用一个单层粘性土坡与一个工程实例土坡验证所提方法的有效性,并研究回归模型、相关函数模型以及训练样本对该方法精度的影响。结果表明:(1)该方法可以有效计算边坡的失效概率,并且比传统方法更高效;(2)构建克里金模型时,采用10倍随机变量数的训练样本即可得到满足计算精度需求的模型,而额外增加训练样本对计算结果影响较小。

关键词:边坡稳定性;可靠度分析;克里金;代理模型;子集模拟

中图分类号:P642.22 **文献标识码:**A **文章编号:**2096-9686(2021)12-0107-07

Slope reliability analysis using Kriging-based Subset simulation

LEI Shiping¹, LI Jingze^{2,3,4}, LIU Leilei^{*2,3,4}, LI Yunqing¹

(1. First Team of Hunan Nonferrous Metals Geological Exploration Bureau, Chenzhou Hunan 423099, China;

2. Key Laboratory of Metallogenic Prediction of Nonferrous Metals and Geological Environment Monitoring,

Ministry of Education, Central South University, Changsha Hunan 410083, China;

3. Hunan Key Laboratory of Nonferrous Resources and Geological Hazards Exploration,

Changsha Hunan 410083, China;

4. School of Geosciences and Info-Physics, Central South University, Changsha Hunan 410083, China)

Abstract: The Kriging method, which is an efficient and accurate metamodel, is widely used in slope reliability analysis. However, traditional methods couple the Kriging model directly with the Monte Carlo simulation method for reliability analysis, which leads to excessive memory usage or even overflow in high-dimensional slope reliability calculation with small failure probability, hence failure to find the solution. To this end, this paper proposes a Subset simulation method based on the Kriging metamodel to efficiently solve the problem of small probability slope reliability

收稿日期:2021-04-06; 修回日期:2021-07-03 DOI:10.12143/j.ztgc.2021.12.016

基金项目:国家自然科学基金青年项目“基于有限勘察数据的边坡稳定可靠度分析与失稳机制研究”(编号:41902291);湖南省自然科学基金青年项目“考虑地层边界不确定性和参数空间变异性的边坡稳定可靠度分析与失稳机制研究”(编号:2020JJ5704)

作者简介:雷世平,男,畲族,1977年生,高级工程师,岩土与勘查技术专业,从事工程地质勘查与地质灾害防治相关的研究工作,湖南省郴州市七里大道76号,30826260@qq.com。

通信作者:刘磊磊,男,汉族,1987年生,副教授,地质工程专业,博士,从事地质灾害防治与风险控制相关的研究工作,湖南省长沙市麓山南路932号,csulll@foxmail.com。

引用格式:雷世平,李京泽,刘磊磊,等.基于克里金代理模型与子集模拟的边坡高效可靠度分析[J].钻探工程,2021,48(12):107-113.

LEI Shiping, LI Jingze, LIU Leilei, et al. Slope reliability analysis using Kriging-based Subset simulation[J]. Drilling Engineering, 2021,48(12):107-113.

analysis. A single-layer cohesive soil slope and a practical soil slope are used to verify the effectiveness of the proposed method, and different regression models and related function models as well as the number of training samples are explored for the accuracy of the method. The results show that: (1) The proposed Subset simulation method based on the Kriging metamodel can effectively calculate the failure probability of slopes, and is more efficient than the traditional method; (2) During the construction of the Kriging model, the calculation accuracy of the model can be achieved when the number of training samples reaches 10 times that of random variables. In addition, the number of additional training samples has little effect on the calculation results.

Key words: slope stability; reliability analysis; surrogate model; Kriging; Subset simulation

0 引言

近年来,基于概率论与统计学的可靠度分析方法在边坡稳定性分析中得到了广泛的应用^[1-6]。可靠度分析方法将岩土体中客观存在的不确定性纳入边坡稳定性分析框架当中,提高了对边坡安全性与可靠性评估的准确性与全面性^[7]。传统可靠度分析方法一般通过蒙特卡洛模拟对边坡失效概率进行计算,但该方法由于需要反复进行大量的边坡稳定性分析,从而存在计算效率低下、计算资源占用过大的问题。针对该问题,代理模型作为提高计算效率、节省计算资源的方法逐渐受到了关注,该类方法一般采用简单的显式函数或模型代替复杂的边坡稳定性分析,避免了蒙特卡洛模拟中复杂且高度非线性的边坡稳定性分析模型的重复计算,从而极大地提高了可靠度分析的计算效率^[8]。

目前常用的代理模型方法有传统响应面法^[9]、多重响应面法^[10]和克里金法^[11]等。其中,克里金代理模型由于其在计算灵活性和准确性方面的优势而在可靠度分析方法中得到了广泛的应用^[12-14]。例如,GASPAR等^[14]提出该方法不仅可以提供未采样点的估计值,而且可对未采样点的估计误差进行量化,进而推动其在边坡可靠性分析与不确定性量化中的应用。LIU等^[15]提出了一种自适应克里金模型,通过在大多数不确定点逐一选取训练样本,达到用最少的样本拟合边坡稳定性分析的目的,克服了其它模型随机选取训练样本而计算耗时的不足。同时,为了提高克里金模型在边坡可靠度分析中的适用性与准确性,多种全局优化算法如人工蜂群算法^[16]、遗传算法^[11]和粒子群优化算法^[17]近年来亦被用于优化克里金模型参数。总之,虽然克里金方法可以有效地用于边坡可靠度分析,但当边坡处于小失效概率水平(如失效概率 $<10^{-7}$)时,传统蒙特卡洛模拟处理高维矩阵时可能导致计算机内存溢出,

造成可靠度计算求解困难,从而限制了克里金模型在边坡可靠度分析中的适用性。

为解决上述问题,本文在建立边坡稳定性克里金代理模型的基础上,提出结合子集模拟方法开展高效的边坡可靠度分析。在该方法中,子集模拟被用于替代传统克里金可靠度分析中的蒙特卡洛模拟,使得计算矩阵维度大大降低,从而提高计算效率。

1 高效边坡可靠度分析方法

克里金方法是一种利用邻近已知位置观测数据进行空间最优线性预测的方法,可对区域化变量求最优、无偏内插估计值^[18-19]。该方法通过假设已知点与未知点之间的距离或方向来反映已知点和未知点之间的空间相关性,并通过高斯过程建模对于插值点进行预测。在边坡可靠度分析中,克里金法以土体参数(如抗剪强度)及边坡响应(如安全系数)为输入变量进行参数建模,随后将所建立的克里金模型作为代理模型取代耗费计算资源与计算时间的传统确定性分析模型,进而估计边坡失效概率。本文中,克里金模型的建立是通过基于MATLAB的开源代码DACE工具箱进行实现^[20]。

为降低输入变量的矩阵维度以解决小失效概率边坡的可靠度分析与计算效率问题,本文使用子集模拟代替直接蒙特卡洛模拟进行边坡失效概率的计算。子集模拟作为一种高效蒙特卡洛模拟方法通过一系列具有较高概率的中间失效事件的概率乘积来表达一个小概率的失效事件 F 。在边坡稳定性分析中,边坡的安全系数为临界滑面(即所有潜在滑面中安全系数最小的滑面)的安全系数。由此,边坡的功能函数如下:

$$G(\boldsymbol{x}) = FS_{\min}(\boldsymbol{x}) - 1 \quad (1)$$

式中: \boldsymbol{x} ——随机变量,如土体抗剪强度(粘聚力 c 、

内摩擦角 φ); $FS_{\min}(x)$ ——边坡临界滑面的安全系数; $G(x)$ ——边坡功能函数,其反映了边坡的稳定状态,当 $G(x) \geq 0$ 时,边坡保持稳定状态,反之当 $G(x) < 0$ 时,则认为边坡失稳。

在边坡可靠度分析当中,边坡的失效概率 P_f 表述如下:

$$P_f = P(G(x) < 0) = P(F_m) = P(F_1) \prod_{i=2}^m P(F_i | F_{i-1}) \quad (2)$$

式中: $P(\cdot)$ ——事件的概率; $F_i = \{G(x) < g_i(x), i = 1, 2, \dots, m\}$ ——一组中间失效事件,这些事件由阈值 FS 值的递减序列 $g_1(x) > g_2(x) > \dots > g_m(x)$ 定义; m ——子集模拟的层数。

在计算过程中, $g_i(x)$ 通过对前一个中间失效事件 $F_{i-1} = G(x) < g_{i-1}(x)$ 的条件样本的统计分析来确定。其中,临界阈值 $g_i(x)$ 使得中间失效事件所对应的失效概率均为设定的特定的条件概率值 p_0 。据 LIU 等^[21]与 LI 等^[22],子集模拟中的初始蒙特卡洛样本数 $N_0 = 500$ 与条件概率 $p_0 = 0.1$ 可同时兼顾计算精度与计算效率,因此本文子集模拟中均按照此值进行设定。通过以上方法计算可得边坡失效概率,随后可参考《建筑结构可靠性设计统一标准》(GB 50068—2018)^[23](表1)根据边坡安全等级进一步确定边坡的加固与处理方法。

表1 建筑结构安全等级及相应可靠度指标与失效概率^[21]

Table 1 Building structure safety grade and corresponding reliability index and failure probability

安全等级	一级	二级	三级
破坏后果	很严重:对人的生命、经济、社会或环境影响很大	严重:对人的生命、经济、社会或环境影响较大	不严重:对人的生命、经济、社会或环境影响较小
可靠度指标/失效概率(延性破坏)	3.7/1×10 ⁻⁴	3.2/8.4×10 ⁻⁴	2.7/3.5×10 ⁻³
可靠度指标/失效概率(脆性破坏)	4.2/1.05×10 ⁻⁵	3.7/1×10 ⁻⁴	3.2/8.4×10 ⁻⁴

2 计算流程

本文提出的边坡可靠度分析的计算流程如图1所示,主要步骤如下:

(1)建立边坡稳定性分析模型:基于边坡几何参数和岩土体的物理力学参数建立边坡稳定性分析模型,可采用有限元法或极限平衡法进行建模。本文采用极限平衡分析软件 SLOPE/W 进行建模^[24]。

(2)生成训练样本:基于土体参数统计特性,采用拉丁超立方抽样生成一定数量的训练样本。SILVESTRI 等^[25]指出训练样本数一般为 $10D \sim 15D$,其中 D 为随机变量个数^[26]。

(3)计算样本响应值:将训练样本输入至步骤(1)边坡模型中,计算得到训练样本对应的边坡安全系数。

(4)构建训练样本数据集:将步骤(2)训练样本与步骤(3)计算得到的边坡安全系数进行组合,组成训练样本数据集。

(5)构建克里金代理模型:将训练样本数据集输入至克里金模型当中,计算模型中的未知参数,构建克里金模型。

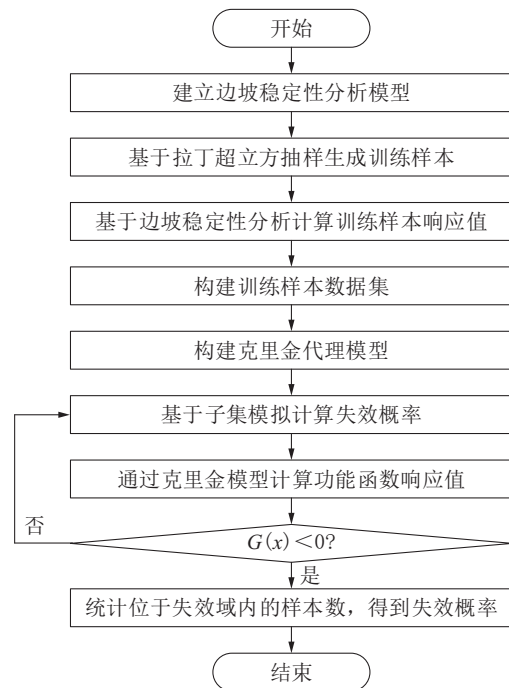


图1 基于子集模拟与克里金代理模型的边坡可靠度分析流程

Fig.1 Flow chart of slope reliability analysis based on Subset simulation and the Kriging metamodel

(6)可靠度计算:基于步骤(5)建立的克里金代理模型,进行子集模拟,计算不同中间事件的条件概率,并利用公式(2)计算边坡失效概率。

3 算例

本节通过2个边坡算例说明所提出的方法的有效性。将直接蒙特卡洛模拟方法结果与本文方法结果进行对比,以验证本文所提方法对边坡可靠度计算的有效性。同时,探讨模型对训练样本数量和回归模型选择的敏感性。

3.1 算例 I: 单层粘性土质边坡

算例 I 为一单层粘性土质边坡,该边坡几何形状如图 2 所示,坡高为 10 m,坡比为 1:1。土体重度 $\gamma=20 \text{ kN/m}^3$,粘聚力 c 和摩擦角 φ 为服从对数正态分布的互相关随机变量,参数统计特征如表 2 所示。采用 SLOPE/W 模块中简化 Bishop 法进行极限平衡条分法边坡稳定性分析,模型共定义潜在滑面 5985 条。基于土体参数的均值,边坡的临界滑面如图 2 中所示,其安全系数为 1.207,与文献中基本一致^[11]。

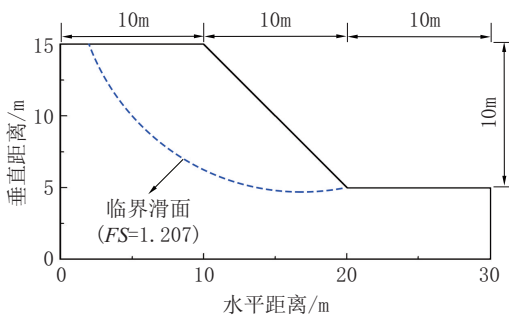


图 2 算例 I 边坡几何结构与稳定性分析结果

Fig.2 Slope geometry and slope stability analysis result for Example I

表 2 算例 I 土体参数统计特性

土体参数	均值	变异系数	分布类型	相关系数
c	10 kPa	0.3	对数正态	-0.7
φ	30°	0.2	对数正态	

在上述边坡确定性分析模型基础上,下面通过基于克里金的子集模拟法对该边坡开展可靠度分析。首先,根据 10 倍随机变量准则,利用拉丁超立方抽样技术生成 20 组标准正态随机样本,并将这些

标准正态随机样本按照表 2 所示土体参数统计特性转换为对数正态随机样本,将其输入图 2 所示边坡稳定性分析模型,获得相应的边坡稳定性响应值,用于训练克里金模型。构建克里金代理模型时,回归模型选择二次多项式函数,相关函数模型选择高斯型。随后,将训练完毕的克里金代理模型接入子集模拟计算边坡失效概率,结果可得该边坡的失效概率为 0.0530。

为验证本文方法的准确性与计算效率,将本文提出的方法与直接蒙特卡洛模拟、基于克里金的蒙特卡洛模拟的边坡可靠度计算结果进行对比,计算结果见表 3。由表 3 可知,基于克里金模型的蒙特卡洛法与子集模拟方法均可对边坡失效概率开展高效分析,计算结果误差相较于蒙特卡洛模拟法均小于 10%。同时,基于克里金模型的蒙特卡洛法与子集模拟方法计算时间相较于传统蒙特卡洛模拟法大幅度地降低。但需要指出的是,在基于克里金的蒙特卡洛模拟法中计算样本数设置为 1×10^6 ,但若追求更高的计算精度,如当蒙特卡洛样本数达到或超过 10^8 时,模型内存占用将超出计算设备的内存容量 (16 GB),从而导致内存溢出而无法进行计算。间接反应基于克里金的蒙特卡洛模拟在针对小概率失效事件的可靠度分析中存在一定的局限性。与之相比,基于克里金的子集模拟法在相近误差水平与计算时间的前提下,借助中间失效事件使得计算样本数仅 1×10^3 ,大大降低了计算矩阵的维度,从而有效解决了基于克里金的蒙特卡洛模拟方法内存占用过大的问题。

表 3 不同分析方法计算的算例 I 边坡失效概率结果

Table 3 Probability analysis results obtained by different methods for Example I

分析方法	计算样本数	失效概率	相对误差/%	计算时间/s
蒙特卡洛模拟法	1×10^4	0.0488	—	1.74×10^4
基于克里金的蒙特卡洛模拟法	1×10^6	0.0460	5.7	37
基于克里金的子集模拟法	1×10^3	0.0530	8.6	35

进一步地,为探究本文所提方法中训练样本数量对可靠度分析结果的影响,此处将不同训练样本数量下的计算结果与蒙特卡洛模拟结果进行对比。

由图 3 可知,随着训练样本数量的增加,基于克里金的子集模拟的失效概率计算结果基本与蒙特卡洛模拟结果保持一致,同时计算结果的波动范围较小,说明采用 10 倍随机变量的样本数量已基本可满足该方法中训练模型精度需求。

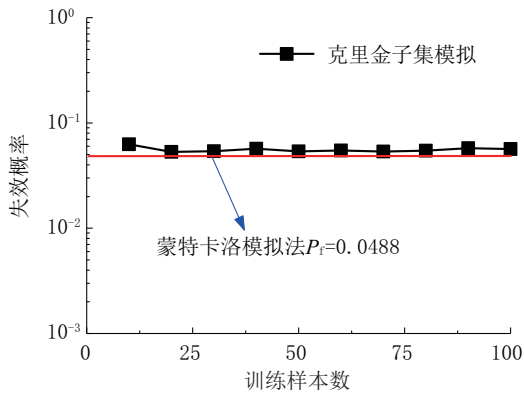


图 3 算例 I 中失效概率与训练样本数关系

Fig.3 Relationship between probability of failure and the number of training samples for Example I

为探究不同相关模型与回归模型对失效概率计算结果的影响,此处将不同模型的计算结果与蒙特卡洛模拟结果进行对比,计算结果更接近蒙特卡洛模拟则认为其计算精度更高。其中,训练样本数量均选择为 20 组。由表 4 可知,相较于常数型与一次函数回归模型,选取二次多项式的克里金模型对于失效概率的计算精度更高。在一次函数与二次多项式回归模型下的情况,不同相关模型对失效概率的计算结果影响较小。而在常数型回归模型下,高斯型与三次样条型相关模型的计算精度要显著高于其他 3 种相关模型。总的来说,上述结果表明二次型多项式回归模型与高斯型相关模型构建的克里金模型更适用于该边坡稳定性的失效概率计算。

3.2 算例 II: 工程实例边坡

算例 II 为一工程实例边坡,该斜坡位于中国香港西贡区北部,由距坡顶 9 m 深的崩积层土体组成^[27]。边坡根据不同倾角分为 5 个区段,边坡中部存有上覆物所致 30 kN 点荷载,地下水水位情况及相关工程地质情况如图 4 所示。土体重度 $\gamma=19 \text{ kN/m}^3$,粘聚力 c 和摩擦角 φ 为服从对数正态分布的互相关随机变量,参数统计特征如表 5 所示。采用 SLOPE/W 模块中 Morgenstern-Price 法进行极限平衡条分法边坡稳定性分析,模型共定义潜在滑面

表 4 算例 I 不同模型的边坡失效概率结果的比较

Table 4 Probability analysis results obtained by different models for Example I

相关模型	回归模型		蒙特卡洛模拟法
	常数	一次函数	
高斯型(Gaussian)	0.0466	0.0584	0.0530
单指数型(Exponential)	0.0186	0.0626	0.0520
球型(Spherical)	0.0170	0.0620	0.0534
线性型(Linear)	0.0184	0.0616	0.0528
三次样条型(Cubic spline)	0.0456	0.0580	0.0520

5355 条。基于土体参数的均值,边坡的临界滑面如图 4 中所示,其安全系数为 1.330。

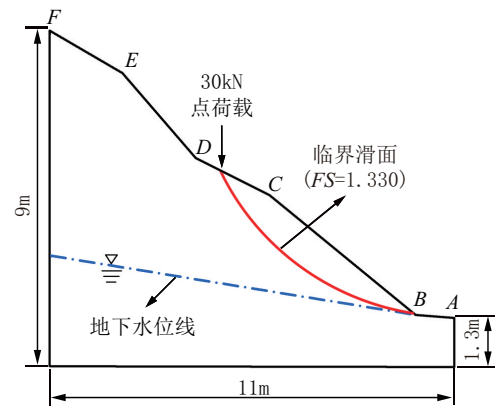


图 4 算例 II 边坡几何结构与稳定性分析结果

Fig.4 Slope geometry and slope stability analysis result for Example II

表 5 算例 II 土体参数统计特性

Table 5 Statistics of the soil parameters of Example II

土体参数	均值	变异系数	分布类型	相关系数
c	5 kPa	0.2	对数正态	-0.5
φ	28°	0.1	对数正态	

通过基于克里金的子集模拟法对该边坡开展可靠度分析。首先通过拉丁超立方抽样生成一定数量(比如 20)的训练样本,并输入至图 5 所示的边坡稳定性分析模型求解相应的安全系数值,进而组成一定数量的训练样本集,以此构建克里金代理模型。模型构建过程中,回归模型选择二次多项式函数,相关函数模型选择高斯型。然后,基于构建的克里金代理模型,开展子集模拟分析,计算得到该边坡的失效概率为 0.0186。随后,将本文方法与直接蒙特卡

洛模拟法以及基于克里金的蒙特卡洛法进行对比分析,结果如表6所示。由表6可得,基于克里金的子集模拟法在计算时间上大大低于蒙特卡洛模拟,同时计算精度也高于基于克里金的蒙特卡洛法。此外,在计算精度相近的情况下,基于克里金的子集模拟法(1×10^3)的计算样本数较基于克里金的蒙特卡洛法(1×10^6)降低了3个数量级,极大地降低了计算过程中计算资源的消耗,进一步证明了基于克里金的子集模拟法的计算效率更高。

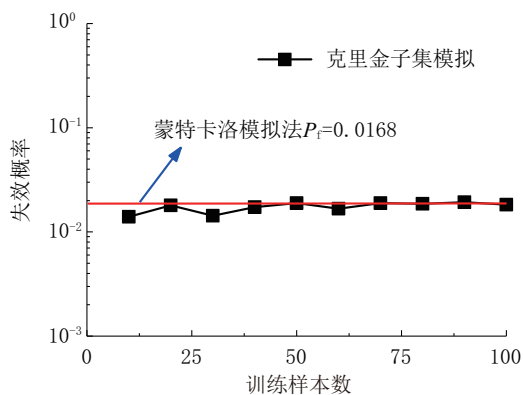


图5 算例II中失效概率与训练样本数关系

Fig.5 Relationship between probability of failure and the number of training samples for Example II

表6 不同分析方法计算的算例II边坡失效概率结果

Table 6 Probability analysis results obtained by different methods for Example II

分析方法	计算样本数	失效概率	相对误差/%	计算时间/s
蒙特卡洛模拟法	1×10^4	0.0186	—	2.73×10^4
基于克里金的蒙特卡洛模拟法	1×10^6	0.0175	5.9	62
基于克里金的子集模拟法	1×10^3	0.0180	3.2	59

接下来,为了探究本文所提方法中训练样本数对可靠度分析结果的影响,此处将不同训练样本数量下的计算结果与蒙特卡洛模拟计算结果进行对比。由图5可知,随着训练样本数量的增加,基于克里金的子集模拟对于边坡失效概率围绕着蒙特卡洛模拟结果波动,但波动范围较小且基本与蒙特卡洛模拟法结果一致。与算例I相同,采用10倍随机变量数的样本数量基本可满足该方法中构建模型的精度需求,并且随着训练样本的增加,边坡失效概率变

化不显著。

4 结论

本文提出了一种基于克里金模型与子集模拟的边坡可靠度分析方法,并研究了不同回归模型和相关函数模型以及训练样本数对该方法精度的影响。该方法利用子集模拟估算边坡可靠度,可以有效用于高维小失效概率可靠度分析,提高边坡可靠度分析的计算效率与适用性。采用一个单层粘性土边坡与一个坚硬地层上的双层饱和不排水粘性土边坡验证了所提方法的有效性。得到的主要结论如下:

(1)基于克里金模型与子集模拟的边坡可靠度分析方法能够有效地替代传统蒙特卡洛模拟法,准确地估计边坡的失效概率。基于克里金的子集模拟法计算效率相较于传统蒙特卡洛方法显著提高。同时,该方法的计算精度可满足可靠度分析的需求。

(2)所提方法可有效解决边坡可靠度分析中的小概率失效事件。尤其在蒙特卡洛模拟法或耦合代理模型的蒙特卡洛模拟法中,过大的样本数可能造成计算内存占用过大甚至溢出,但子集模拟通过利用子集的概率乘积的方法可有效地降低计算矩阵维度,从而对小失效概率的边坡可靠度进行有效分析。

(3)构建克里金模型时,采用10倍随机变量数的训练样本即可得到满足计算精度需求的模型,而额外增加训练样本对计算结果影响较小。而回归模型与相关模型对克里金模型计算精度有着较大的影响。对比不同情形的计算结果与文献经验,本文建议采用二次型回归模型与高斯型相关模型进行边坡可靠度分析。

参考文献(References):

- [1] 曹子君,王宇,区兆驹.基于子集模拟的边坡可靠度分析方法研究[J].地下空间与工程学报,2013,9(2):425-450.
CAO Zijun, WANG Yu, OU Zhaoju. Probabilistic slope stability analysis using Subset simulation[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2013,9(2):425-450.
- [2] 蒋水华,李典庆.基于随机响应面法和Sarma法的边坡可靠度分析[J].铁道工程学报,2011,28(7):21-27.
JIANG Shuihua, LI Dianqing. Analysis of reliability of slope stability with stochastic response surface method and Sarma method [J]. Journal of Railway Engineering Society, 2011,28(7):21-27.
- [3] 谢桂华,张家生,刘荣桂,等.基于多尺度MSR法的边坡体系可靠度分析[J].中南大学学报(自然科学版),2010,41(6):2400-2406.

- XIE Guihua, ZHANG Jiasheng, LIU Ronggui. System reliability analysis of slopes based on multi-scale MSR method[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2010,41(6):2400-2406.
- [4] 王江荣,袁维红,赵睿,等.石头坪景区边坡几何形态对稳定可靠度的影响分析[J].探矿工程(岩土钻掘工程),2018,45(9):66-70.
- WANG Jiangrong, YUAN Weihong, ZHAO Rui, et al. Analysis of influence of slope geometry on stability reliability in the Shitouping scenic area[J]. Exploration Engineering (Rock & Soil Drilling and Tunneling), 2018,45(9):66-70.
- [5] 熊斌.基于ANSYS软件的边坡开挖模拟和稳定性评价[J].探矿工程(岩土钻掘工程),2009,36(2):64-68.
- XIONG Bin. Simulation of slope excavation and analysis on its stability based on ANSYS software[J]. Exploration Engineering (Rock & Soil Drilling and Tunneling), 2009,36(2):64-68.
- [6] 张国信,陈豫津,王谦,等.边坡抗滑桩加固的三维有限元计算[J].探矿工程(岩土钻掘工程),2020,47(9):81-89.
- ZHANG Guoxin, CHEN Yujin, WANG Qian, et al. 3D finite element computations for slope reinforcement with anti-slide piles[J]. Exploration Engineering (Rock & Soil Drilling and Tunneling), 2020,47(9):81-89.
- [7] 蔡宁,赵明华.边坡稳定可靠度替代模型分析[J].中南大学学报(自然科学版),2014,45(8):2851-2856.
- CAI Ning, ZHAO Minghua. Analysis of alternative model for slope stability reliability[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2014,45(8):2851-2856.
- [8] 张璐璐.岩土工程可靠度理论[M].上海:同济大学出版社,2011.
- ZHANG Lulu. Reliability Theory of Geotechnical Engineering [M]. Shanghai: Tongji University Press, 2011.
- [9] ZHANG J, HUANG H W, JUANG C H, et al. Extension of Hassan and Wolff method for system reliability analysis of soil slopes[J]. Eng Geol, 2013,160:81-88.
- [10] 蒋水华,李典庆,曹子君,等.考虑参数空间变异性的边坡可靠度及其敏感性分析多重响应面法[J].防灾减灾工程学报,2015,35(5):592-598.
- JIANG Shuihua, LI Dianqing, CAO Zijun, et al. Multiple response surfaces method for probabilistic analysis and reliability sensitivity analysis of slopes considering spatially varying soil properties[J]. Journal of Disaster and Mitigation Engineering, 2015,35(5):592-598.
- [11] LIU L, CHENG Y, WANG X. Genetic algorithm optimized Taylor Kriging surrogate model for system reliability analysis of soil slopes[J]. Landslides, 2017,14(2):535-546.
- [12] ZHANG J, HUANG H, PHOON K-K. Application of the Kriging-based response surface method to the system reliability of soil slopes [J]. J Geotech Geoenviron Eng, 2013, 139: 651-655.
- [13] ZHAO L, CHOI K, LEE I. Metamodeling method using dynamic Kriging for design optimization[J]. AIAA J, 2011, 49: 2034-2046.
- [14] GASPAR B, TEIXEIRA A P, SOARES C G. Assessment of the efficiency of Kriging surrogate models for structural reliability analysis[J]. Probab Eng Mech, 2014,37:24-34.
- [15] LIU L-L, CHENG Y-M. System reliability analysis of soil slopes using an advanced Kriging metamodel and Quasi-Monte Carlo simulation[J]. Int J Geomech, 2018,18(8):06018019.
- [16] LUO X, LI X, ZHOU J, et al. A Kriging-based hybrid optimization algorithm for slope reliability analysis [J]. Struct Saf, 2012,34(1):401-406.
- [17] YI P, WEI K, KONG X, et al. Cumulative PSO-Kriging model for slope reliability analysis[J]. Probab Eng Mech, 2015,39:39-45.
- [18] CRESSIE N. Spatial prediction and ordinary kriging[J]. Math Geol, 1988,20(4):405-421.
- [19] EL HAJ A K, SOUBRA A H. Efficient estimation of the failure probability of a monopile foundation using a Kriging-based approach with multi-point enrichment [J]. Comput Geotech, 2020,121:11-17.
- [20] LOPHAVEN S, NIELSEN H, SNDRGAARD J. DACE-A MATLAB Kriging Toolbox [M]. Copenhagen: Technical University of Denmark, 2002.
- [21] LIU L-L, CHENG Y-M, ZHANG S-H. Conditional random field reliability analysis of a cohesion-frictional slope[J]. Comput Geotech, 2017,82:173-186.
- [22] LI D-Q, XIAO T, CAO Z-J, et al. Enhancement of random finite element method in reliability analysis and risk assessment of soil slopes using Subset simulation[J]. Landslides, 2016,13(2):293-303.
- [23] GB 50068—2018, 建筑结构可靠性设计统一标准[S]. GB 50068—2018, Unified standard for reliability design of building structures.
- [24] 何木,张飙.基于Bishop条分法的边坡稳定分析及支护方案[J].探矿工程(岩土钻掘工程),2020,47(5):65-71.
- HE Mu, ZHANG Biao. Slope stability analysis and support scheme based on the Bishop strip method[J]. Exploration Engineering (Rock & Soil Drilling and Tunneling), 2020,47(5):65-71.
- [25] SILVESTRINI R T, MONTGOMERY D C, JONES B. Comparing computer experiments for the Gaussian process model using integrated prediction variance[J]. Qual Eng, 2013, 25(2):164-174.
- [26] KANG F, HAN S, SALGADO R, et al. System probabilistic stability analysis of soil slopes using Gaussian process regression with Latin hypercube sampling [J]. Comput Geotech, 2015,63:13-25.
- [27] ZHU H, ZHANG LM, XIAO T. Evaluating stability of anisotropically deposited soil slopes[J]. Can. Geotech. J., 2018, 56(5):753-760.