极地地质钻探冰孔液压致裂分析

刘永升,许浩然,杨甘生,李 冰

(中国地质大学(北京)工程技术学院,北京100083)

摘要:极地地质钻探是获取地层样品、研究极地地质和气候演变等的重要手段。钻遇脆冰层、暖冰层和冰岩夹层等 复杂冰层时,易出现孔壁失稳问题,尤其是冰孔液压致裂,造成钻井液流失和钻孔事故。针对冰孔裂缝萌生和扩展 问题,基于近场动力学方法(PD),建立了冰孔裂缝模型,实现了对冰孔周边连续和非连续空间的统一描述,避免了 经典连续介质力学微分方程在裂缝尖端的奇异性,分析了裂缝动态扩展过程,探究了液压和断裂韧度的影响机制。 实例研究表明,孔内液柱压力促进裂缝萌生和扩展,液压从 4.0 MPa增加到 6.0 MPa和 8.0 MPa,冰孔裂缝萌生和分 支数量显著增加,裂缝体积占比从 4.88%增加到 9.61%和 12.54%。断裂韧度阻碍冰孔裂缝扩展,从 155 kPa•m^{0.5}加 到 165 kPa•m^{0.5}和 175 kPa•m^{0.5},裂缝体积占比从 13.72%降低到 12.13%和 9.61%。基于近场动力学的冰孔液压致 裂分析表明,钻遇韧脆转换冰层时,应及时调整钻井液密度和液柱高度,控制孔内液压,保证安全高效钻进。 关键词:极地钻探;冰孔;液压致裂;近场动力学;断裂韧度

中图分类号:P634 文献标识码:A 文章编号:2096-9686(2023)S1-0090-08

Hydraulic fracturing analysis of ice holes in polar geological drilling

LIU Yongsheng, XU Haoran, YANG Gansheng, LI Bing

(School of Engineering and Technology, China University of Geosciences (Beijing), Beijing 100083, China) Abstract: Polar geological drilling is an important means to obtain ice cores and study the evolution of Earth's climate. When drilling into complex formations such as brittle ice, warm ice, or ice-rock interlayer, hole wall instability frequently occurs, especially the hydraulic fracturing of ice holes, resulting in drilling fluid loss and drilling accidents. Aiming at the initiation and propagation of ice hole fractures, an ice hole fracture model is established based on Peridynamics (PD) to achieve a unified description of the continuous and discontinuous spaces around ice holes, avoid the singularity of the classical continuum mechanical differential equation at the crack tip, analyze the dynamic propagation process of cracks, and explore the influence mechanism of hydraulic pressure and fracture toughness. The case study shows that hydraulic pressure promotes fracture initiation and propagation, and the hydraulic pressure increases from 4.0MPa to 6.0MPa and 8.0MPa, the number of fracture initiation and branches increases significantly, and the fracture volume ratio increases from 4.88% to 9.61% and 12.54%. Fracture toughness hinders fracture propagation, and the fracture volume ratio decreases from 13.72% to 12.13% and 9.61% when fracture toughness increases from 155kPa•m^{0.5} to 165kPa•m^{0.5} and 175kPa•m^{0.5}. The results of hydraulic fracturing analysis of ice holes based on PD show that the drilling fluid density and liquid column height should be adjusted in time to control the hydraulic pressure in the hole to ensure safety and efficiency when drilling into the formation with the prominent ductile-brittle transition.

Key words: polar drilling; ice hole; hydraulic fracturing; peridynamics; fracture toughness

引用格式:刘永升,许浩然,杨甘生,等.极地地质钻探冰孔液压致裂分析[J].钻探工程,2023,50(S1):90-97.

收稿日期:2023-05-15 DOI:10.12143/j.ztgc.2023.S1.014

基金项目:国家自然科学基金项目"气举反循环连续取心混合流中岩心运移机理与调控机制研究"(编号:42272362);国家重点研发计划"南极 冰下复杂地质环境多工艺钻探理论与方法"(编号:2021YFA0719100)

第一作者:刘永升,男,汉族,1990年生,副教授,博士生导师,地质工程专业,博士,主要从事深部地质钻探相关的理论和技术研究工作,北京市海淀区学院路 29号,yongsheng@cugb.edu.cn。

LIU Yongsheng, XU Haoran, YANG Gansheng, et al. Hydraulic fracturing analysis of ice holes in polar geological drilling[J]. Drilling Engineering, 2023, 50(S1):90-97.

0 引言

地球气候变化信息随降雪结冰保存在极地冰盖 内部,冰心是记录与再现地球气候演变历史的最佳 媒介之一,其优点包括分辨率高、信息量大和保真度 高^[1]。极地地质钻探获取冰心是研究冰下环境和地 球气候演变的重要手段。随冰层钻进深入,孔壁破 裂和裂缝扩展问题时有发生,如图1所示。俄罗斯 进行 Vostok站 5G 钻孔作业,孔内液面突然下降,同 时在相距20 m的4G 孔发现原本应位于5G 孔的钻 井液,钻井液在不同钻孔中迁移说明5G 孔与4G 孔 间存在冰裂缝^[2],现场开展的相关实验验证了液压 致裂现象存在^[3]。



随冰层钻进深入, 孔壁破坏成为影响钻进的主要问题。冰力学特性很大程度影响冰孔稳定性。为 探究冰力学特性, 王庆凯等^[4]发现冰力学性质对施 加的应变速率有强敏感性, 低应变速率表现为韧性, 高应变速率表现为脆性。张红彪^[5]采用劈裂实验研 究不同温度和应变速率的冰断裂韧度。Timco等^[6] 认为冰断裂韧度取决加载速率和冰类型, 其值在 115~250 kPa•m^{0.5}。

为探究冰孔液压致裂机制,Chen等^[7]进行三轴 水力压裂实验,发现冰孔液压裂缝垂直最小水平主 应力方向。张晗^[8]基于最大拉应力准则,分析了冰 孔液压致裂的裂缝扩展条件。Zhang等^[9]研究表明 存在裂缝将显著降低钻井液安全压力窗口和井眼稳 定性。钻探工程中Talalay等^[10]提出改变冰孔钻井 液密度和液柱高度是保持孔壁稳定的重要手段。

数值方法较实验和理论方法有利于处理复杂裂缝扩展问题,但基于经典连续介质理论的运动方程通过微分形式表述,其偏导在非连续处不存在,几乎不能处理多个干涉裂缝和复杂冰裂缝萌生和扩展问题。Silling^[11]提出非局部近场动力学理论(Peridyn-

amics,PD),认为非接触的两点也具有相互作用,建 立空间积分方程,在冰孔复杂裂缝萌生和扩展的研 究方面存在巨大优势。Nadimi等^[12]基于PD理论, 分析了含预裂缝的非均质岩石水力裂缝起裂和扩 展。Zhang等^[13]基于PD理论研究破冰过程中冰的 损伤,数值结果与实验吻合较好。Jia等^[14]采用PD 方法模拟海冰挤压破碎,与离散元法对比表明PD 模型可合理反映冰的破碎。现有研究多数建立二维 PD模型,鲜有基于PD理论研究三维冰孔液压裂缝 萌生及扩展特性。

本文基于PD理论,针对冰孔液压裂缝萌生和 扩展特性进行研究。建立三维冰孔PD模型,与经 典连续介质力学对比,验证了PD理论的适用性。 分析了冰孔液压裂缝动态扩展过程,探讨了液压和 断裂韧度对裂缝萌生和扩展的影响机制。据裂缝扩 展形态变化,将冰孔周围变形分为弹性变形、裂缝萌 生扩展和贯通稳定3个阶段。

1 冰孔破裂近场动力学模型

1.1 模型简化

鉴于局部连续介质力学的局限性,非局部PD 理论研究冰孔裂缝萌生和扩展的非连续问题具有优势。PD积分方程的特性允许损伤在冰孔多部位萌 生,可沿任意路径扩展,有利于处理冰孔多裂缝复杂 扩展问题。针对极地冰心钻进过程,简化冰孔受力, 建立如图2所示的三维冰孔PD模型。基本假设: (1)水平地应力环向均匀分布;(2)冰晶体结构规则 排列,简化为均质各向同性。



图 2 三维冰孔 PD 模型

三维冰孔 PD模型冰层应力以体力形式作用在 虚拟边界层。冰孔 PD参数见表1,查阅资料^[6,13],冰 孔力学参数见表2。采用自适应动态松弛法^[15],建 立如图2所示坐标系。

表 1	冰孔模型 PD 参数
PD参数	数值
外径/m	0.030
孔径/m	0.005
厚度/m	0.010
物质点数	860400
物质点间距∆/m	$2.0 imes10^{-4}$
边界层厚度/m	$6.0 imes10^{-4}$
近场范围∂/m	$6.03 imes 10^{-4}$
时间步长 ∆t/s	1
总时间步	1000

表2 冰孔模型力学参数

数值	
1.8	
175	
2 977	
8 932	
	数值 1.8 175 2.977 8.932

1.2 冰孔近场动力学模型

对图 2 冰孔 PD 模型中物质点进行力学分析,如图 3 所示。



图 3 冰孔 PD 模型物质点运动示意

基于非局部思想,冰孔周边物质点的PD运动 方程采用积分形式表达^[11]:

$$\rho(x)\ddot{u}(x,t) = \int_{H} f \mathrm{d}V_{x'} + b(x,t) \tag{1}$$

式中: $\rho(x)$ ——冰的密度, kg/m^{3} ;f——物质点x与 其近场范围内物质点x'间的对点力函数,也称本构 力函数;H——近场范围,m; V_{x} ——物质点x'体积, m^{3} ;b(x,t)——体力密度, N/m^{3} 。

图 2 中液压*p_w*和冰层应力σ_h、σ_v以体力形式作 用在边界层。

有研究表明冰的主要破坏特征为脆性破坏^[8,16],因此在冰孔PD方程中引入脆性本构关系, 图3和式(1)中物质点本构力函数*f*表达为:

$$f = f(\eta, \xi) = f(\eta, \xi) \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|} = cs \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|}$$
(2)

式中: *ç*——两物质点的初始相对位置矢量, m; *η* ——两物质点的相对位移矢量, m; *c*——键刚度, 由 PD 应变能密度与连续介质力学应变能密度相等 而得。

PD 理论在物质点 x 处的应变能密度 W_{PD} , 是物 质点 x 和其近场范围内其他物质点间键能密度 $w(\eta, \xi)$ 总和。键能密度 $w(\eta, \xi)$ 通过键刚度 c 和伸 长率 s 表示:

$$w(\boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\xi}) = \frac{cs^2}{2} |\boldsymbol{\xi}| \tag{3}$$

$$s = \frac{|\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}| - |\boldsymbol{\xi}|}{\boldsymbol{\xi}} \tag{4}$$

连接物质点*x*的键能密度由键两端物质点等分,通过积分表示:

$$W_{PD} = \frac{1}{2} \int_{H} w \left(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi} \right) \mathrm{d} V_{x'}$$
(5)

PD应变能密度由键能密度式(3)代入式(5)得:

$$W_{PD} = \frac{1}{2} \int_{H} \frac{cs^2}{2} |\boldsymbol{\xi}| \mathrm{d} V_{x'} \tag{6}$$

PD应变能密度式(6)三维展开:

$$W_{PD} = \frac{1}{2} \int_{H} \frac{cs^2}{2} |\boldsymbol{\xi}| \mathrm{d} V_{x'}$$

$$= \frac{1}{2} \int_{0}^{\delta} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} \frac{cs^{2}}{2} |\boldsymbol{\xi}| (|\boldsymbol{\xi}|)^{2} \sin\varphi d\varphi d\theta d|\boldsymbol{\xi}|$$
(7)

冰孔 PD 模型伸长率用应变分量表示: s= $\epsilon_T = \epsilon_{11} \cos^2\theta \sin^2\varphi + \epsilon_{22} \sin^2\theta \sin^2\varphi + \epsilon_{33} \cos^2\varphi$ (8)

$$W_{PD} = \frac{\epsilon \pi \delta}{60} \left[3(\epsilon^2_{11} + \epsilon^2_{22} + \epsilon^2_{33}) + 2(\epsilon_{11}\epsilon_{22} + \epsilon_{11}\epsilon_{33} + \epsilon_{22}\epsilon_{33}) \right]$$
(9)

冰孔局部连续介质力学应变能密度:

$$W_{CCM} = \frac{1}{2} \left[(\lambda + 2G) (\varepsilon_{11}^{2} + \varepsilon_{22}^{2} + \varepsilon_{33}^{2}) + 2\lambda (\varepsilon_{11}\varepsilon_{22}^{2} + \varepsilon_{11}\varepsilon_{33}^{2} + \varepsilon_{22}\varepsilon_{33}^{2}) \right]$$
(10)

式中:G、λ——Lame常数。

冰孔 PD 模型键刚度 c 由式(9) 与式(10) 相等 而得:

$$c_{3D} = \frac{12E}{\pi \delta^4} \tag{11}$$

当图3中物质点伸长率s超过冰孔临界伸长率 s_0 ,本构力f消失,冰孔微裂纹萌生,裂纹扩展形成宏 观裂缝。

定义标量函数 ϕ :

$$G_{0} = \int_{H} \frac{cs^{2}}{2} |\boldsymbol{\xi}| dV x' = \int_{0}^{\delta} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\delta} \int_{0}^{arccos(\frac{z}{|\boldsymbol{\xi}|})} \frac{c_{3D} s_{0}^{2}}{2} |\boldsymbol{\xi}| (|\boldsymbol{\xi}|)^{2} \sin \varphi d\varphi d|\boldsymbol{\xi}| \mathrm{d}\theta \mathrm{d}z = \frac{\pi c_{3D} \delta^{5}}{10} s_{0}^{2}$$
(13)

冰孔临界能量释放率由断裂韧度实验得:

$$G_0 = \frac{K_I^2}{E} \tag{14}$$

联合式(13)和式(14)得冰孔临界伸长率:

$$s_{03D} = \sqrt{\frac{10G_0}{\pi c_{3D} \delta^5}} = \sqrt{\frac{10}{E\pi c_{3D} \delta^5}} K_I \qquad (15)$$

定义损伤值*Φ*为物质点近场范围内消失的相 互作用与初始相互作用总数的比例:

$$\Phi(x,t) = 1 - \frac{\int_{H} \psi(\xi,t) \,\mathrm{d}V_{x'}}{\int_{H} \mathrm{d}V_{x'}}$$
(16)

局部损伤 ϕ 描述键断裂比例,变化范围从0到 1。 $\phi = 0$,所有键保持完好; $\phi = 0.5$ 为裂缝萌生与 扩展的阈值; $\phi = 1$,物质点近场范围内所有键断 裂,相互作用消失。

数值求解流程如图4所示。

1.3 方法验证

图 2 三维冰孔 PD 模型截取平面, 尺寸和加载情 况如图5所示。二维冰孔PD模型弹性模量1.8 GPa, 泊 松 比 $\mu = 0.25$, 液 压 $p_w = 3.5$ MPa, 离 散 17208个物质点,物质点间距 $\Lambda = 0.2 \, \text{mm}$,近场范围 $\delta = 3.015 \land$ 。采用自适应动态松弛法求解,时间步 长 $\Delta t = 1$,加载步数1000步。

为验证PD数值解的稳定性和准确性,取图5点 A(x=8.5 mm, y=8.5 mm),分析位移和应变与时 间关系,如图6所示,加载200步后A点径向位移和 应变趋于稳定,PD结果收敛。径向位移和应变PD 解与解析解吻合,如图7所示,表明PD方法的准 确性。

2 冰孔液压致裂分析

基于图2三维冰孔PD模型,分析冰孔裂缝扩展 过程,探究液压和断裂韧度影响裂缝萌生和扩展 机制。



 $\psi(\boldsymbol{\xi},t) = \{ 1 \ s(\boldsymbol{\xi},t') < s_0, \ 0 \leq t' \leq t \}$

冰孔 PD 模型临界能量释放率表达^[17]:

0 其他

2.1 裂缝动态扩展过程

在 6.0 MPa 液压下, 冰孔裂缝萌生和扩展如图 8 所示。100步裂缝从孔壁萌生,200到400步多条裂 缝呈火苗状迅速扩展,400步径向裂缝贯通,分支裂 缝相交。据图9损伤指数(裂缝体积占模型总体积 比例),孔周分为弹性变形、裂缝萌生扩展和稳定贯

(12)



通3阶段,损伤指数稳定在9.61%。

位移变化超过临界值表明出现裂缝。如图10 所示,模型表面半径4mm处0.722°、15.75°、74.25°、 88.53°、105.75°、164.25°、178.53°、195.75°、254.25°、 270.97°、285.75°和344.25°方向位移显著变化表明上 述12处萌生裂缝,如图8(d),对应图11黑色曲线。 在半径6mm,图10和图11红色曲线81.33°~ 98.67°、171.33°~188.67°、261.33°~278.67°和351.33° ~8.67°的位移在小范围内多次急变,相应位置损伤 值在0.5以上,表明存在连续破坏,产生环向裂缝。 在半径8mm,图10和图11蓝色环向位移和损伤曲 线在0°、90°、180°和270°方向急剧变化,其间16条次 级裂缝,汇合以8条裂缝径向扩展,如图8(f)。

冰孔裂缝扩展形态轴向非均布,中截面裂缝分 支少,形成明显的8条径向裂缝和环向网状裂缝,如 图8(i)。半径4mm的环向位移和损伤出现12个峰 值,图12和图13黑色曲线表明12条裂缝萌生。半 径6mm的图12和图13红色曲线出现位移相对平 缓和连续有效损伤(Φ>0.5),12条萌生裂缝环向汇







图 11 模型表面裂缝形态及损伤

合。半径8mm的位移和损伤峰值再次分散8处,图 12和图13蓝色曲线表明环向裂缝继续以8条径向 裂缝扩展。







2.2 液压影响机制

4.0、6.0和8.0 MPa液压裂缝形态如图14所示。 图14(a)、(d)显示4.0 MPa的8条对称径向裂缝从 孔壁线性延伸,孔周形成4处损伤域。图14(b)、(e) 表明6.0 MPa的12处裂缝萌生,最终形成8条径向 裂缝。图14(c)、(f)显示8.0 MPa液压裂缝分支、汇 合和环向裂缝显著增多,呈碎散结构。水平和垂直



图 14 液压 4.0、6.0、8.0 MPa 的冰孔裂缝形态

图 15 从损伤角度定量描述裂缝特征。图 15 黑 色曲线 8 个峰值表明 4.0 MPa 的冰孔裂缝沿 20.03°、 69.97°、110.03°、159.97°、200.03°、249.97°、290.03°和 339.97°的 8 个方向萌生并径向扩展。图 15 红色曲 线在半径 3 mm 的 12 个峰值表明 6.0 MPa 的 12 条裂 缝萌生,扩展至半径 7 mm 时峰值增至 24 个,裂缝在 此范围内分支倍增,在半径 11.4 mm 合并呈 0°、45°、 90°、135°、180°、225°、270°和 315°的 8 个方向径向扩 展。图 15 蓝色曲线在 3 mm 存在 16 个峰值,表明 8.0 MPa 冰孔裂缝沿 16 个方向萌生,半径 5 mm 的 30°~60°、120°~150°、210°~240°和 300°~330°方向 上存在 4 段连续有效损伤($\Phi > 0.5$),半径 7 mm 和 11.4 mm 处同样出现多段连续有效损伤,表明相应 位置产生环向裂缝。

冰孔环向和径向裂缝萌生、分支和扩展体积与 液压正相关。液压增加了冰孔裂缝萌生数量,4.0、 6.0和8.0 MPa的裂缝萌生数为8、12和16。裂缝分 支和体积随液压增大而增大,如图16所示,上述液 压损伤指数稳定在4.88%、9.61%和12.54%。

2.3 断裂韧度变化

断裂韧度为155、165、175 kPa•m^{0.5} 的裂缝形态 如图17所示。图17(a)、(d)显示155 kPa•m^{0.5} 的8 条径向和分支裂缝,形成雪花状裂缝。图17(b)、 (e)为165 kPa•m^{0.5} 的8条径向和多段环向裂缝。图



图 15 不同液压下半径为 3、5、7、11.4 mm 处模型表面损伤







图 17 断裂韧度为 155、165 和 175 kPa·m^{0.5} 冰孔裂缝形态

17(c)、(f)表明175 kPa•m^{0.5}下,在8条径向裂缝基础 上,孔周分支和环向裂缝范围进一步减少。三维形 态如图17(g)、(h)、(i)。

图 18 从损伤角度定量描述裂缝特征。图 18 在 半径 3 mm 蓝色曲线的 12 个有效峰值表明, 155 kPa• m^{0.5} 的裂缝沿 17.24°、72.76°、88.03°、107.24°、 162.76°、178.03°、197.24°、252.76°、268.03°、287.24°、 342.76°和 358.03°的 12 个方向萌生; 半径 6、9 和 12 mm 蓝色曲线峰值数对应相应位置 20、16 和 12 条裂 缝分支。图 18 的 3 mm 红色曲线表明 165 kPa•m^{0.5} 的 12 条裂缝萌生; 6、9 和 12 mm 红色曲线峰值数对 应相应位置 12、16 和 8 条裂缝分支。图 18 的 3 mm 黑色曲线表明 175 kPa•m^{0.5} 仍为 12 条萌生裂缝; 6 mm 的 4 段小范围连续有效损伤表示相应环向裂缝; 9 和 12 mm 黑色曲线峰值数对应相应位置 16 和 8 条 径向裂缝。



國16 不同國義初度「十任力3、0、9、12 mm y 模型表面损伤

断裂韧度对冰孔裂缝萌生数量和环向裂缝无明显作用,155、165和175kPa•m⁰⁵均为12条裂缝萌生和小范围环向裂缝。断裂韧度抑制裂缝分支,冰孔裂缝分支和体积随断裂韧度增大而减小,如图19所示,上述断裂韧度的损伤指数为13.72%、12.13%和9.61%。

3 结论

针对冰孔液压致裂问题,建立了冰孔裂缝萌生 和扩展 PD 模型,研究了裂缝动态扩展过程,探讨孔



图 19 不同断裂韧度的损伤指数随时间变化

内液压和断裂韧度对裂缝萌生和扩展的影响,得到 以下认识:

(1)据裂缝形态和破裂体积变化,冰孔变形分为 弹性阶段、裂缝萌生扩展阶段和穿透稳定阶段。裂 缝稳定形态为径向裂缝和孔周环向网状裂缝,液压 6.0 MPa裂缝体积占比9.61%。

(2)冰裂缝萌生、分支扩展和裂缝体积与液压 正相关。断裂韧度 175 kPa•m^{0.5} 和液压 4.0、6.0、8.0 MPa的裂缝萌生数为 8、12、16,裂缝分支显著增加, 上述液压的裂缝体积为 4.88%、9.61% 和 12.54%。

(3)冰由脆性向韧性转变过程,裂缝分支和扩展 受到阻碍。液压 6.0 MPa下,断裂韧度从 155 kPa• m^{0.5}增加到 165 kPa•m^{0.5}和 175 kPa•m^{0.5},裂缝体积从 13.72%降低到 12.13%和 9.61%。为减少冰孔破裂 引起钻井事故,钻进韧脆过渡冰层需及时调整钻井 液密度和液柱高度,降低孔内液压。

冰孔裂缝扩展影响因素复杂,未来将结合室内 实验、现场试验深入探讨液压裂缝扩展机制,为极地 安全高效钻进提供理论指导。

参考文献:

- [1] 张楠,王亮, Pavel Talalay, 等.极地冰钻关键技术研究进展[J].
 探矿工程(岩土钻掘工程), 2020, 47(2):1-16.
- [2] KudryashovB, VasilievI, Vostretsov N. Deep ice coring at Vostok Station (East Antarctica) by an electromechanical drill
 [J]. Memoirs of National Institute of Polar Research Special Issue, 2002, 56:91–102.
- [3] Vasilev N I, Dmitriev A N, Podoliak A V, et al. Maintaining

differential pressure in boreholes drilled in ice and the effect of ice hydrofracturing[J]. International Journal of Applied Engineering Research, 2016,11(19):9740-9747.

- [4] 王庆凯,张宝森,邓宇,等.黄河冰单轴压缩强度的试验与影响 因素探究[J].水利水电技术,2016,47(9):90-94.
- [5] 张红彪.黄河冰抗拉强度及断裂韧度的劈裂试验研究[D].大 连:大连理工大学,2016.
- [6] Timco G W, Weeks W F. A review of the engineering properties of sea ice[J]. Cold Regions Science and Technology, 2010, 60(2):107-129.
- [7] Chen C, Zhang H, Liu S, et al. Hydraulic fracturing in ice boreholes: Theory and tests[J]. Polar Science, 2019, 19:40-48.
- [8] 张晗.脆性行为下冰孔孔壁破裂及裂纹扩展研究[D].长春:吉林大学,2019.
- [9] Zhang H, Pan D, Zhai L, et al. Stability analysis in determining safety drilling fluid pressure windows in ice drilling boreholes[J]. Energies, 2018,11(12):3378.
- [10] Talalay P, Fan X, Xu H, et al. Drilling fluid technology in ice sheets: Hydrostatic pressure and borehole closure considerations [J]. Cold Regions Science and Technology, 2014, 98: 47-54.
- [11] Silling S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces [J]. Journal of the Mechanics and Physics Of Solids, 2000,48(1):175–209.
- [12] Nadimi S, Miscovic I, McLennan J. A 3D peridynamic simulation of hydraulic fracture process in a heterogeneous medium
 [J]. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2016, 145: 444-452.
- [13] Zhang Y, Tao L, Wang C, et al. Numerical study on dynamic icebreaking process of an icebreaker by ordinary state-based peridynamics and continuous contact detection algorithm [J]. Ocean Engineering, 2021,233:109148.
- [14] Jia B, Wang Q, Li W. Peridynamic simulation of the interaction between sea ice and cylindrical structure[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2020,41(1):52–59.
- [15] Kilic B, Madenci E. An adaptive dynamic relaxation method for quasi-static simulations using the peridynamic theory [J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2010, 53 (3): 194-204.
- [16] 黄焱,史庆增,宋安.冰破坏机理的试验研究[C]//2003年度 海洋工程学术会议.宁波:2003.
- [17] Silling S A, Askari E. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics [J]. Computers & Structures, 2005,83(17-18):1526-1535.

(编辑 李艺)