直 – 增 – 稳剖面设计问题的解析解

高远文[1], 鲁 港[2]

(1. 中国石油长城钻探工程有限公司工程技术研究院,辽宁 盘锦 124010; 2. 中国石油辽河油田公司勘探开发研究院,辽宁 盘锦 124010)

摘 要:使用无量纲化方法对设计方程组进行了改写,新的无量纲化设计方程组有利于充分利用三角函数公式求解析解,所得到的解析解计算公式具有简洁的数学形式。将设计方程组求解问题分成两类,对于已知最大井斜角的第Ⅰ类问题,使用线性代数解方程组的克莱默法则直接就可以得出解析解。最大井斜角为未知数的第Ⅱ类问题,使用三角函数公式进行化简,得到形式简单、统一的解析解公式,避免了使用半角公式所带来的解析解计算公式的复杂性。所使用无量纲化方法具有一定的普适性,可以用于解决其他类型的二维剖面设计问题。

关键词:二维剖面;钻井;井眼轨道;解析解

中图分类号:TE243 **文献标识码**:A **文章编号**:1672 – 7428(2010)01 – 0013 – 03

Analytical Solutions of Straight-Buildup-Stable Profile Design/ *GAO Yuan-wen*[1], *LU Gang*[2] (1. Engineering & Technology Research Institute, Great Wall Drilling Corporation, PetroChina, Panjin Liaoning 124010, China; 2. Exploration & Development Research Institute, Liaohe Oilfield Company, PetroChina, Panjin Liaoning 124010, China)

Abstract: Dimensionless method is used to rewrite designing equations. The new dimensionless designing equations is of advantage to solving analytical solutions by using trigonometric function formula. The analytical solutions has simple mathematical form. The resolution of the designing equations is classified into two categories. For Class I problems with known maximum deviation angle, the analytical solutions can be derived directly by using the Cramer law of linear equations. For Class II problems with unknown maximum deviation angle, trigonometric function formulas is used to derive simple and uniform formula of analytical solutions, and to avoid the complexity of semi-angle equation for solving analytical solutions. Dimensionless method has certain universality and can be used to solve other 2D profile designing problems.

Key words: 2D profile; drilling; trajectory; analytical solution

井眼轨道设计是钻井设计中最基础的一项工作,如果地质和工艺条件允许,井眼轨道应尽可能地设计成二维的,以减少施工难度,提高钻进速度。目前,尽管水平井、分支井、特殊工艺井等钻井技术逐渐成熟,但是由于地质情况比较简单,在大庆、辽河、冀东、长庆等油田,大多数钻井设计仍然是以二维定向井为主。

在二维剖面设计中,“直 – 增 – 稳”剖面是最简单的和钻井设计优先考虑的剖面类型,理论上的研究成果也最丰富,与剖面设计有关的计算问题都已基本解决[1]。本文从以下 3 个方面对“直 – 增 – 稳”剖面设计问题进行更进一步的研究:(1)已有计算方法比较复杂,本文使用无量纲化方法对原设计方程组进行改造,得到便于充分利用三角函数公式进行化简的一个新方程组;(2)已有方法对于以最大井斜角为未知数的方程采用半角公式进行化简,得到二次代数方程再求解析解,公式比较复杂[1,2],本文方法所得到的解析解公式更加简洁;(3)韩志勇[1]教授给出了 6 种不同未知数组合情况中的 3 种情况的解析解公式,本文补充给出了其余 3 种情况下的解析解公式。

研究中发现,本文所使用的无量纲化结合平方和方法不仅适用于“直 – 增 – 稳”剖面设计问题解析解的研究,对于其他二维圆弧型剖面设计问题也同样适用,限于文章篇幅,这部分成果另文发表。

1 数学模型

约定:具有长度量纲的参数其单位为 m;角度参

收稿日期:2009 – 07 – 11

基金项目:受国家科技重大专项“大型油气田及煤层气开发”之课题 21 – 6“钻井工程设计和工艺软件”(项目编号:2008ZX05021 – 006)的资助

作者简介:高远文(1965 –),男(汉族),四川内江人,中国石油长城钻探工程有限公司工程技术研究院院长、高级工程师,石油工程专业,博士,从事石油钻井理论研究及管理工作,辽宁省盘锦市兴隆台区;鲁港(1963 –),男(汉族),辽宁锦州人,中国石油辽河油田公司勘探开发研究院高级工程师,应用数学、钻井工程、勘探开发专业,硕士,从事石油钻探领域数学模型及算法的理论研究和计算机软件开发工作,辽宁省盘锦市兴隆台区石油大街 95 号,Lugang1963@163.com。

数的单位为 rad(弧度);井眼曲率参数的单位为 rad/m。

二维"直-增-稳"剖面满足下面的方程组[3,4]:

$$\Delta L_1 \sin\alpha_0 + R_2(\cos\alpha_0 - \cos\alpha_2) + \Delta L_3 \sin\alpha_2 = \Delta A \quad (1)$$

$$\Delta L_1 \cos\alpha_0 + R_2(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_0) + \Delta L_3 \cos\alpha_2 = \Delta Z \quad (2)$$

式中:ΔL_1——造斜点;ΔL_3——稳斜段长;R_2——圆弧井段半径;α_0——初始井斜角;α_2——最大井斜角;ΔA、ΔZ——分别为靶点的位移和垂深。

式(1)~(2)组成一个二元方程组,待定设计参数包括:ΔL_1、ΔL_3、R_2、α_2。由于方程的个数只有2个,未知数只能也是2个,其余2个设计参数必须是已知的。未知数的组合共有6种情况:

(1)已知造斜点和造斜率,求稳斜段长和最大井斜角;

(2)已知造斜点和稳斜段长,求造斜率和最大井斜角;

(3)已知造斜率和稳斜段长,求造斜点和最大井斜角;

(4)已知造斜点和最大井斜角,求造斜率和稳斜段长;

(5)已知造斜率和最大井斜角,求造斜点和稳斜段长;

(6)已知稳斜段长和最大井斜角,求造斜点和造斜率。

韩志勇教授给出了(1)、(4)、(5)三种情况的解析解[1],对其余3种情况未加讨论。

如果直接求方程组的解析解,所得到的计算公式比较复杂。本文使用无量纲化方法求解析解,得到数学形式非常简洁的计算公式。韩志勇教授使用无量纲化方法对悬链线剖面设计问题的求解进行了研究[5],极大地简化了悬链线剖面设计的计算过程;本文使用无量纲化方法求解"直-增-稳"剖面设计问题的解析解,是受韩志勇教授无量纲化方法的启发。

令:

$$\Delta L = \sqrt{(\Delta A)^2 + (\Delta Z)^2}, \quad \beta = \arctan(\Delta A / \Delta Z)$$

则有:

$$\Delta A = \Delta L \sin\beta, \quad \Delta Z = \Delta L \cos\beta$$

再定义无量纲化设计参数:

$$\Delta l_1 = \frac{\Delta L_1}{\Delta L}, \quad \Delta l_3 = \frac{\Delta L_3}{\Delta L}, \quad r_2 = \frac{R_2}{\Delta L}, \quad k_2 = K_2 \Delta L$$

式中:Δl_1——无量纲化造斜点;Δl_3——无量纲化稳斜段长;r_2——无量纲化圆弧半径;k_2——无量纲化井眼曲率;K_2——圆弧井段的井眼曲率。

显然,$k_2 r_2 = 1$。

式(1)~(2)改写成下面的无量纲化的形式:

$$\Delta l_1 \sin\alpha_0 + r_2(\cos\alpha_0 - \cos\alpha_2) + \Delta l_3 \sin\alpha_2 = \sin\beta \quad (3)$$

$$\Delta l_1 \cos\alpha_0 + r_2(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_0) + \Delta l_3 \cos\alpha_2 = \cos\beta \quad (4)$$

本文的目的就是求出全部6种未知数组合情况下的方程组(3)~(4)的解析解。

2 第Ⅰ类问题的解析解

如果最大井斜角 α_2 是已知设计参数,则方程组(3)~(4)关于未知数(Δl_1、Δl_3 和 r_2 中的任意2个)是线性的,称这样的设计方程组求解问题为第Ⅰ类问题。令:

$$\eta = (\alpha_2 + \alpha_0)/2, \quad \lambda = (\alpha_2 - \alpha_0)/2$$

由于:

$$\cos\alpha_0 - \cos\alpha_2 = 2\sin\eta\sin\lambda$$

$$\sin\alpha_2 - \sin\alpha_0 = 2\cos\eta\sin\lambda$$

如果记:

$$u = 2r_2 \sin\lambda \quad (5)$$

则式(3)~(4)可以进一步改写成下面的形式:

$$\Delta l_1 \sin\alpha_0 + u\sin\eta + \Delta l_3 \sin\alpha_2 = \sin\beta \quad (6)$$

$$\Delta l_1 \cos\alpha_0 + u\cos\eta + \Delta l_3 \cos\alpha_2 = \cos\beta \quad (7)$$

显然,方程组(6)~(7)是线性代数方程组,可以使用克莱默法则[6]直接写出其解析解。

2.1 求造斜率和稳斜段长

已知参数为 Δl_1 和 α_2,未知数为 r_2 和 Δl_3。使用克莱默法则从线性方程组(6)~(7)求得:

$$\Delta l_3 = \Delta l_1 - [\sin(\eta - \beta)/\sin\lambda]$$

$$u = [\sin(\alpha_2 - \beta) - \Delta l_1 \sin(\alpha_2 - \alpha_0)]/\sin\lambda \quad (8)$$

再将式(5)代入式(8),解得:

$$r_2 = \frac{\sin(\alpha_2 - \beta) - \Delta l_1 \sin(\alpha_2 - \alpha_0)}{1 - \cos(\alpha_2 - \alpha_0)}$$

2.2 求造斜点和造斜率

已知参数为 Δl_3 和 α_2,未知数为 Δl_1 和 r_2。使用克莱默法则从线性方程组(6)~(7)求得:

$$\Delta l_1 = \Delta l_3 + \sin(\eta - \beta)/\sin\lambda$$

$$r_2 = \frac{\sin(\beta - \alpha_0) - \Delta l_3 \sin(\alpha_2 - \alpha_0)}{1 - \cos(\alpha_2 - \alpha_0)}$$

2.3 求造斜点和稳斜段长

已知参数为 r_2 和 α_2,未知数为 Δl_1 和 Δl_3。使用克莱默法则从线性方程组(6)~(7)求得:

$$\Delta l_1 = \frac{\sin(\alpha_2 - \beta) - r_2[1 - \cos(\alpha_2 - \alpha_0)]}{\sin(\alpha_2 - \alpha_0)}$$

$$\Delta l_3 = \frac{\sin(\beta - \alpha_0) - r_2[1 - \cos(\alpha_2 - \alpha_0)]}{\sin(\alpha_2 - \alpha_0)}$$

3　第Ⅱ类问题的解析解

如果最大井斜角 α_2 是未知设计参数,则方程组(3)、(4)是三角函数方程组,称这样的设计方程组求解问题为第Ⅱ类问题。

为书写简洁,记:

$$b = \sqrt{(\Delta l_3)^2 + (r_2)^2} \tag{9}$$

$$d = \sqrt{[\Delta l_1 - \cos(\beta - \alpha_0)]^2 + [r_2 - \sin(\beta - \alpha_0)]^2} \tag{10}$$

将式(3)~(4)改写成下面的形式:

$$\Delta l_3 \sin\alpha_2 - r_2 \cos\alpha_2 = \sin\beta - r_2 \cos\alpha_0 - \Delta l_1 \sin\alpha_0$$

$$\Delta l_3 \cos\alpha_2 + r_2 \sin\alpha_2 = \cos\beta + r_2 \sin\alpha_0 - \Delta l_1 \cos\alpha_0$$

上面两式等号两端分别平方之后再相加,整理之后得:

$$b = d \tag{11}$$

式(11)是包含 Δl_1、Δl_3 和 r_2 的一个等式(与最大井斜角 α_2 无关),给定其中的两个参数就可以求出另外一个参数。记:

$$\gamma = \arcsin\{[r_2 - \sin(\beta - \alpha_0)]/d\} \tag{12}$$

$$\theta = \arcsin(r_2/d) \tag{13}$$

则有:

$$\Delta l_1 = \cos(\beta - \alpha_0) - b\cos\gamma$$

$$\Delta l_3 = d\cos\theta$$

$$r_2 = \frac{[\Delta l_1 - \cos(\beta - \alpha_0)]^2 - (\Delta l_3)^2 + \sin^2(\beta - \alpha_0)}{2\sin(\beta - \alpha_0)}$$

实际上,也可以先求出未知数 α_2,再使用第Ⅰ类问题的求解方法求另一个未知数。

下面仅讨论未知数 α_2 的解析解求解方法。

3.1　求稳斜段长和最大井斜角

已知参数为 Δl_1 和 r_2,未知数为 Δl_3 和 α_2。将式(3)~(4)改写成下面的形式:

$$\Delta l_3 \sin\alpha_2 = \sin\beta - \Delta l_1 \sin\alpha_0 - r_2(\cos\alpha_0 - \cos\alpha_2)$$

$$\Delta l_3 \cos\alpha_2 = \cos\beta - \Delta l_1 \cos\alpha_0 - r_2(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_0)$$

上面两式等号两端分别相除消去 Δl_3,整理之后得:

$$\sin(\alpha_2 - \alpha_0 + \gamma) = \sin\theta$$

解得:

$$\alpha_2 = \alpha_0 - \gamma + \theta$$

3.2　求造斜点和最大井斜角

已知参数为 r_2 和 Δl_3,未知数为 Δl_1 和 α_2。将式(3)~(4)改写成下面的形式:

$$\Delta l_1 \sin\alpha_0 = \sin\beta - r_2(\cos\alpha_0 - \cos\alpha_2) - \Delta l_3 \sin\alpha_2$$

$$\Delta l_1 \cos\alpha_0 = \cos\beta - r_2(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_0) - \Delta l_3 \cos\alpha_2$$

上面两式等号两端分别相除消去 Δl_1,整理之后得:

$$\sin(\alpha_2 - \alpha_0 - \theta) = -\sin\gamma \tag{14}$$

式中 γ 和 θ 由式(12)和式(13)来计算(计算式中的 d 用 b 来代替)。从式(14)解得:

$$\alpha_2 = \alpha_0 - \gamma + \theta$$

3.3　求造斜率和最大井斜角

已知参数为 Δl_1 和 Δl_3,未知数为 r_2 和 α_2。将式(3)~(4)改写成下面的形式:

$$r_2(\cos\alpha_0 - \cos\alpha_2) = \sin\beta - \Delta l_1 \sin\alpha_0 - \Delta l_3 \sin\alpha_2$$

$$r_2(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_0) = \cos\beta - \Delta l_1 \cos\alpha_0 - \Delta l_3 \cos\alpha_2$$

上面两式等号两端分别相除消去 r_2,整理之后得:

$$\alpha_2 = 2\arctan\frac{(\Delta l_3 - \Delta l_1)\sin\alpha_0 + \sin\beta + \sin(\beta - \alpha_0)}{(\Delta l_3 - \Delta l_1)(1 + \cos\alpha_0) + \cos\beta + \cos(\beta - \alpha_0)}$$

从前面的公式推演过程可以看出,由于定义了角 β,使得靶点参数 ΔA 和 ΔZ 不直接出现在公式中,并且可以充分利用三角函数的各种公式进行解析解的推导,极大地简化了相应公式的表现形式。

特征角 β 满足下面的不等式关系式:

$$0 \leqslant \alpha_0 < \beta < \alpha_2 \leqslant \pi/2$$

4　结论

(1)使用无量纲化方法对"直-增-稳"剖面设计方程组进行了转换,并对6种未知数组合情况求出了方程组的解析解,所得到的解析解计算公式具有简单的数学形式。

(2)本文所使用的数学方法可以推广应用于其他如S型二维剖面设计问题的解析求解过程中,具有一定的普适性。

(3)本文所得到的解析解计算公式可以用于钻井设计软件开发中,对于提高软件计算性能具有一定的指导意义。

参考文献:

[1]　韩志勇.定向钻井设计与计算[M].山东东营:中国石油大学出版社,2007.118-122.

[2]　刘修善.井眼轨道几何学[M].北京:石油工业出版社,2006.163-170.

[3]　鲁港,王刚,孙忠国,等.定向井钻井中空间圆弧轨道计算的两个问题[J].石油地质与工程,2006,20(6):53-55.

[4]　鲁港,王立波,孙忠国,等.二维圆弧型井眼轨道设计问题的通解[J].探矿工程(岩土钻掘工程),2009,36(1):9-13.

[5]　韩志勇.定向井悬链线轨道的无因次设计方法[J].石油钻采工艺,1997,19(4):13-16.

[6]　编写组.数学手册[M].北京:人民教育出版社,1979.150-151.