

小口径涡轮钻具减速器非对称齿轮弯曲强度分析

张翔¹, 周琴², 张蔚², 张凯²

(1.中国地质大学(北京)工程技术学院,北京 100083; 2.自然资源部深部地质钻探技术重点实验室,北京 100083)

摘要:小口径涡轮钻具减速器是小井眼深井钻探钻具的重要部件,具有体积小、承载大的特点。采用非对称齿轮代替传统齿轮是提高减速器承载能力的有效手段。非对称齿轮两侧的齿根圆角半径和压力角是区别于对称齿轮的关键参数,通过改变齿轮的齿形结构进而影响了齿轮的齿根弯曲强度。为了进一步研究齿根圆角半径和工作侧压力角对齿根弯曲应力的影响规律,以 $\varnothing 127$ mm 涡轮钻具减速器中太阳轮为研究对象,建立非对称齿轮的受力模型,基于平截面法得到非对称齿轮齿根弯曲应力的理论计算公式,并通过有限元法对对称齿轮和非对称齿轮进行对比分析,仿真结果表明:增大齿根圆角半径能增大齿轮齿根过渡曲线的曲率半径,从而改善齿根处的应力集中;工作侧压力角的增大能有效降低齿根弯曲应力,但压力角超过一定值时,齿根弯曲应力逐渐趋于稳定。理论分析和仿真结果基本吻合,研究结果可以为优化减速器非对称齿轮的主要参数提供依据和参考。

关键词:涡轮钻具;非对称齿轮;压力角;齿根圆角半径;齿根弯曲应力;有限元;深部钻探

中图分类号:P634.4 **文献标识码:**A **文章编号:**1672-7428(2020)04-0080-07

Bending strength analysis for the asymmetrical gear of the small diameter turbodrill reducer

ZHANG Xiang¹, ZHOU Qin², ZHANG Wei², ZHANG Kai²

(1.School of Engineering and Technology, China University of Geosciences, Beijing 100083, China;

2.Key Laboratory of Deep Geodrilling Technology, Ministry of Natural Resources, Beijing 100083, China)

Abstract: The small diameter turbodrill reducer is an important part of the tool for deep hole drilling. Replacing traditional gears with asymmetric gears is an effective way to increase the load capacity of the reducer. The root radius and pressure angle on the working sides of the asymmetric gear are the key parameters of the symmetric gear. In order to further study the influence of the root radius and the pressure angle on the working side on the bending stress, the solar gear in the 127mm diameter turbodrill reducer is used as the research object to establish a force model of the asymmetric gear with the theoretical calculation formula for the bending stress of the asymmetric gear, established by the plane cross section method. Through the finite element method, the symmetrical gear and the asymmetric gear are compared and analyzed. The simulation results show that as the root radius increases, the radius of curvature of the gear root transition curve increases; thus, improving the bending stress concentration. Increasing the pressure angles on the working side can effectively reduce the bending stress; however, when the pressure angle exceeds a certain value, the bending stress gradually tends to be stable. The theoretical analysis is in good agreement with the simulation results, and the research conclusions can provide the basis and reference for optimizing the main parameters of the asymmetric gear.

Key words: turbodrill; asymmetric gear; pressure angle; root radius; bending stress; the finite element; deep drilling

0 引言

我国 73% 以上油气资源量埋藏在地下深层,随着探矿技术的发展,小井眼深井钻探的市场要求越来越高,小口径涡轮钻具是目前公认的应用于深部

小井眼钻探的高效钻井设备^[1]。其搭配使用的减速器起到了降速增扭的作用,是提高钻头钻压的重要部件,因井眼口径限制,减速器径向尺寸小,承载大,也是整体设备的薄弱部分^[2-3]。由于减速器传递扭

收稿日期:2020-02-15; 修回日期:2020-03-22 DOI:10.12143/j.tkgc.2020.04.012

基金项目:国家重点研发计划项目“5000 米智能地质钻探技术装备研发及应用示范”课题四“小口径高效系列钻具研究”(编号:2018YFC0603404)

作者简介:张翔,男,侗族,1995 年生,在读硕士研究生,研究方向为地质深部钻探减速器设计,北京市海淀区学院路 29 号,1976479035@qq.com。

通信作者:周琴,女,维吾尔族,1970 年生,副教授,博士,北京市海淀区学院路 29 号,zhqtg@cugb.edu.cn。

引用格式:张翔,周琴,张蔚,等.小口径涡轮钻具减速器非对称齿轮弯曲强度分析[J].探矿工程(岩土钻掘工程),2020,47(4):80-86.

ZHANG Xiang, ZHOU Qin, ZHANG Wei, et al. Bending strength analysis for the asymmetrical gear of the small diameter turbodrill reducer[J]. Exploration Engineering (Rock & Soil Drilling and Tunneling), 2020, 47(4): 80-86.

矩较大,小模数齿轮在重载条件下极容易发生轮齿折断。对称大压力角齿轮虽然能通过增大齿根厚,提高齿轮的齿根弯曲强度,但压力角过大会使齿顶变尖,导致齿轮的危险截面上移,依旧增大了轮齿上部发生轮齿折断的风险^[4-5]。非对称齿轮通过改变齿廓两侧压力角,能较好的调节齿轮的齿厚,很大程度上弥补了大压力角带来的缺陷^[6]。齿根圆角半径和压力角是影响齿轮齿根弯曲强度的重要因素,增大齿根圆角半径能够改善齿轮根部的应力集中。因此研究齿根圆角半径和两侧压力角对“小模数、小尺寸”非对称齿轮弯曲强度影响机理,对提高减速器的承载性能,延长减速器的工作寿命具有较高的实用价值。

长期以来,国内外学者已经对非对称齿轮开展了大量研究。关于非对称齿轮齿廓设计:Chang 等^[7]首次提出非对称齿轮的概念,建立了非对称齿轮的齿廓曲线方程,这种齿轮在齿面两侧分别采用了大小不同的压力角;Kapelevich^[8]提出了一种非对称渐开线圆柱直齿轮的齿形设计方法,将大压力角应用于工作侧齿面,小压力角应用于非工作侧齿面;孙庆华^[9]提出了非对称齿轮齿廓,并对非对称齿形结构进行研究,总结出齿廓曲线方程。齿轮的弯曲强度是衡量齿轮承载能力的标准之一,关于非对称齿轮的弯曲理论分析:吴忠^[10]建立了非对称齿轮坐标系,通过迭代寻优的方法,确定齿根危险截面。从而对非对称齿轮齿根弯曲应力进行计算;李宁等^[11]基于平截面法,推导出了适用于非对称齿轮齿根弯曲应力的解析法计算公式;李秀莲等^[12]在综合考虑齿面摩擦影响的情况下,建立了轮齿的受力模型,总结出了有摩擦力条件下,非对称齿轮的弯曲应力解析法计算公式;Karpát 等^[13]建立了非对称齿轮的受力模型,探讨在加载方式不确定的情况下,齿轮运行过程的振动特性,分析了非对称齿轮在不同压力角参数下的失效概率。有限元可以有效地仿真齿轮啮合的过程,并且能够直观地获得齿轮各个啮合阶段,齿根的应力分布情况,是齿轮强度研究的常用手段。马帅^[14]模拟分析在有无摩擦力条件下,非对称齿轮的齿根复合弯曲强度,得出了在工作侧压力角、模数、齿数独立变化和耦合变化时对齿轮弯曲强度的影响;Litvin 等^[15]分别对非对称齿轮和对称齿轮进行了有限元应力分析,确定了非对称直齿轮接触应力和弯曲应力的减小量,证明了非对称齿轮在

齿轮强度方面优于对称齿轮;邓小禾^[16]建立了非对称齿轮修形模型,对齿轮进行一个啮合周期的动态模拟,得到了不同压力角和修形参数下齿轮的齿根弯曲应力分布情况;Masuyama 等^[17]基于 ANSYS 对非对称齿轮和对称齿轮中单个齿进行模拟分析,研究了齿根圆角半径和工作侧压力角对齿轮弯曲强度的影响规律;卞景扬等^[18]建立了齿轮传动系统的多体接触动力学模型并进行了仿真,分析了对称齿轮和非对称齿轮的动态啮合特性;黄艳等^[19]以双压力角非对称细高齿齿轮为研究对象,采用 ANSYS 对齿轮啮合的综合应力和接触应力进行仿真,分析了重合度对接触应力的影响;周琦^[20]建立了少齿数非对称斜齿轮有限元动态接触模型,在考虑摩擦和阻尼等影响的情况下,对动态齿根弯曲应力和动态传动误差进行了研究;皇甫一樊等^[21]通过有限元方法建立非对称齿轮的动态模型,对其啮合刚度,传动误差和接触应力做了系统性的研究,得出齿轮齿形的不规则性可以改善齿轮的传动误差。

上述研究表明:齿根圆角半径和工作侧压力角对非对称齿轮的齿根弯曲强度具有密切联系,但并未分析结合井下减速器工况,非对称齿轮的工作侧压力角和齿根圆角半径参数变化时,对齿根弯曲强度的影响,以及基于这种影响机理对井下减速器齿轮进行参数的合理优化。本文通过 Workbench 仿真软件建立齿轮的有限元模型,改变齿轮的齿根圆角半径和工作侧压力角,模拟分析了齿轮在各个啮合阶段,齿根的应力分布情况。深入研究了圆角半径和工作侧压力角对非对称齿轮齿根弯曲强度的影响规律。研究结果对于提升小口径涡轮钻具减速器的承载性能,延长其工作寿命具有重要意义。

1 $\varnothing 127$ mm 涡轮钻具减速器的基本结构及参数

本文以小口径涡轮钻具减速器中太阳轮为研究对象,主要考虑太阳轮一行星轮啮合副。减速器的传动系统主要由三节相同的行星减速单元串联构成,输入转矩驱动太阳轮工作,经过四行星轮啮合传动,最终由行星架输出。单独一节行星传动系统结构简图如图 1 所示。

$\varnothing 127$ mm 减速器应用于小井眼深井钻探,连接在钻具输出端以降低钻具转速及增大扭矩。齿轮的模数和齿数不能太大,且应具有较高的强度。具体的减速器参数如表 1 所示。

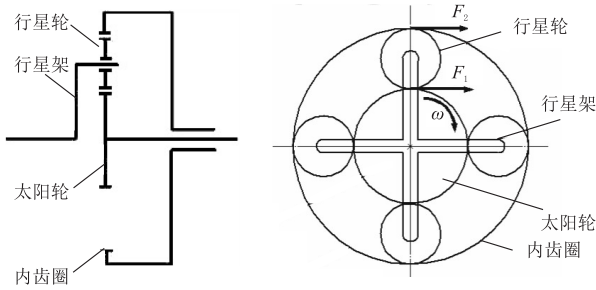


图1 涡轮钻具减速器齿轮传动部分结构简图

Fig.1 Schematic diagram of the turbodrill gear transmission structure

表1 Ø127 mm 减速器主要参数

Table 1 Main parameters of the Ø127mm reducer

名称	参数	名称	参数
减速器直径/mm	127	行星轮模数 m	1.5
太阳轮分度圆 d /mm	51	传动比	3.06
太阳轮模数 m	1.5	输出扭矩 T_1 /(N·m)	>900
行星轮分度圆 d /mm	27	太阳轮扭矩 T_2 /(N·m)	>300

2 非对称齿轮齿根弯曲应力解析法计算

研究表明,非对称齿形设计能有效增大齿轮的承载性能^[22-23]。在井下减速器中太阳轮、行星轮均采用非对称齿形设计。非对称齿轮齿形是由两侧不同压力角的渐开线齿廓曲线和对应的齿根过渡曲线组成,因其齿廓两侧的不对称性设计,齿轮齿根处的危险截面无法用 30° 切线法确定^[24-25]。在计算非对称齿轮弯曲应力时,通常采用平截面法,将齿根平行分割成若干截面,对比不同截面计算所得的弯曲应力,通过迭代寻优的方式找到其应力最大值从而确定危险截面。建立如图2所示直角坐标系,假设MN为危险截面,延长MN直线为横坐标X轴,过齿轮齿根圆圆心作MN垂线为纵坐标Y轴。设 z_1 、 z_2 、 α_d 、 α_c 分别为齿轮的齿数、工作侧压力角和非工作侧压力角,其中太阳轮齿数 $z_1 >$ 行星轮齿数 z_2 。

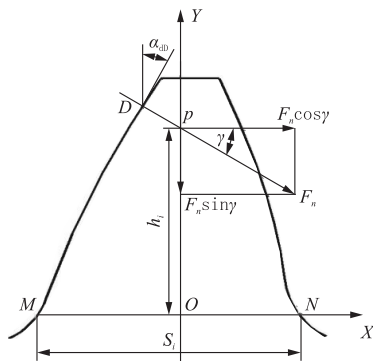


图2 非对称齿轮受力模型

Fig.2 Force model for the asymmetric gear

两齿轮啮合时,齿轮工作侧会承受法向载荷 F_n ,如图1设D点为齿轮单齿啮合阶段起点,称为单齿啮合上界点,齿轮在这一啮合位置时,齿根弯曲应力最大。法向载荷 F_n 沿啮合运动方向可分解为水平分力 $F_n \cos \gamma$ 和垂直分力 $F_n \sin \gamma$ 。水平分力 $F_n \cos \gamma$ 对齿根危险截面产生弯曲拉应力 σ_w 和切应力 τ ;垂直分力 $F_n \sin \gamma$ 对齿根危险截面产生压应力 σ_c 。由于切应力 τ 和压应力 σ_c 对齿根弯曲应力的影响很小,可以忽略不计,故只考虑弯曲拉应力 σ_w 。令p点到危险截面MN的距离为 h_i ,危险截面的齿根厚为 S_i ,则齿根弯曲应力为:

$$\sigma_F = F_t / (bm) \cdot Y_{sa} Y_{fa} \quad (1)$$

式中: F_t ——齿轮工作侧切向力, $F_t = F_n \cos \gamma$;
 b ——齿轮齿宽; m ——齿轮模数; Y_{sa} ——非对称齿轮应力修正系数; Y_{fa} ——非对称齿轮齿形系数。

则齿根弯曲应力可推导为:

$$\sigma_F = \frac{F_n \cos \gamma}{bm} \cdot Y_{sa} Y_{fa} \quad (2)$$

$$Y_{sa} = \frac{1.2h_i + 0.13S_i}{h_i} \left(\frac{S_i}{2\rho_F} \right)^{\frac{S_i}{1.21S_F + 2.5h_F}} \quad (3)$$

$$Y_{fa} = \frac{6(h_i/m) \cos \gamma}{(S_i/m)^2 \cos \alpha_d} \quad (4)$$

载荷角 γ 的计算式为:

$$\gamma = \tan \alpha_{dD} - (\pi/2 + 2 \tan \alpha_d) / z_1 - \text{inv} \alpha_d \quad (5)$$

其中,非对称齿轮工作侧单齿啮合上界点压力角 α_{dD} 为:

$$\begin{cases} \alpha_{dD} = \arctan[\tan \alpha_{ad} - 2\pi(\epsilon_d - 1) / z_1] \\ \alpha_{ad} = \arccos[z_1 \cos \alpha_d / (z_1 + 2h_a^*)] \\ \epsilon_d = [z_1(\tan \alpha_{ad1} - \tan \alpha_d) + z_2(\tan \alpha_{ad2} - \tan \alpha_d)] / 2\pi \end{cases} \quad (6)$$

ρ_F 为齿根危险截面和工作齿面交点的曲率半径,由危险截面的位置确定:

$$\begin{cases} \rho_F = \frac{p_n}{\sin \alpha_{gd}} + r_p - \frac{mz_1 a \sin \alpha_{gd}}{2a + mz_1 (\sin \alpha_{gd})^2} \\ \alpha_{gd} = \arctan \left[\tan \alpha_d - \frac{4h_a^*}{z_1 \sin(2\alpha_d)} \right] \end{cases} \quad (7)$$

式中: p_n ——齿轮的齿距; r_p ——齿根圆角半径。

由上述齿根弯曲应力计算式可知,不考虑载荷位置的影响,非对称齿轮齿根弯曲应力值与工作侧压力角 α_d 、齿根圆角半径 r_p 有密切联系。其中, α_d 决定了齿轮的齿形系数 Y_{fa} 和曲率半径 ρ_F ;圆角半径 r_p 的大小影响了齿轮的曲率半径 ρ_F 。因此,探讨这两个关键参数对非对称齿轮齿根弯曲应力的影响规

律很有必要,这也是对齿轮优化的重要依据。

3 有限元设置及结果分析

3.1 有限元设置

根据齿轮啮合理论,一对齿轮副在啮合时,齿轮的啮合周期可分为双齿啮合阶段和单齿啮合阶段。图 3 为齿轮啮合示意图, O_2 为主动轮, O_1 从动轮,齿轮逆时针转动。实际啮合线 B_1B_2 位于两基圆切线之间,啮合线 B_1B_2 表明了齿轮啮合的运动轨迹,而齿轮在轨迹 B_1B_2 上又可分为单齿啮合和双齿啮合,由于啮合位置决定了轮齿受力力矩以及单个轮齿的受载,因此在仿真中应考虑啮合位置的变化。解决办法是:在齿轮的一个啮合周期取 5 个典型啮合点,分别是双齿啮合开始点 A、单齿啮合开始点 B、啮合节点 C、单齿啮合结束点 D、双齿啮合结束点 E。

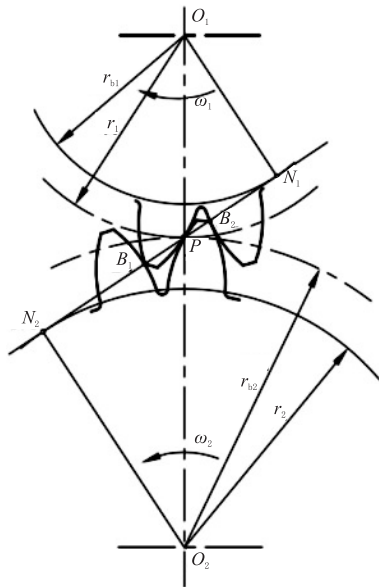


图 3 齿轮啮合示意图

Fig.3 Gear engagement diagram

将建立的非对称齿轮副模型导入到 ANSYS Workbench 仿真软件中进行有限元设置。对模型建立静力学分析模块。使用 sweep 扫掠法对齿轮模型进行网格的初步划分,并局部细化接触面的网格。有限元仿真模型见图 4。模型中的边界条件:(1)太阳轮(主动)设置周转约束,固定轴向、径向自由度,仅保留切向自由度;(2)行星轮(从动)设置固定约束,限制所有自由度。在主动轮的内圆周面施加 $300 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的扭矩,设置互相啮合的两个轮齿作为接触对,定义载荷步和求解项,最后求解齿轮副在 5

个啮合位置的齿根弯曲应力。

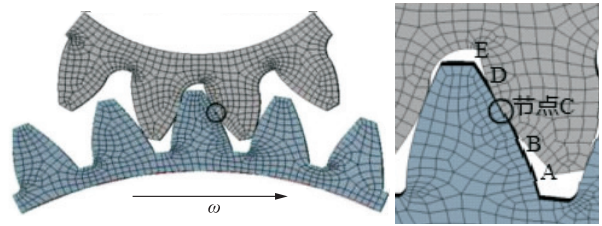


图 4 有限元仿真模型

Fig.4 Finite element simulation model

3.2 圆角半径对齿根弯曲应力的影响分析

齿根圆角半径影响了齿轮齿根过渡曲线的形状,由第二节齿根弯曲应力解析式可以看出,齿根圆角半径的大小会影响齿轮的齿形系数和改变齿根处的应力集中情况。为了研究齿根圆角半径对齿轮齿根弯曲应力的影响规律,设置如表 2 所示的齿轮参数,表中齿根圆角半径=常数×模数。

表 2 齿轮参数及变量设置

Table 2 Gear parameters and variables

齿轮类型	压力角/ (°)	齿根过渡圆角 半径 r_p /mm	模数 m	太阳轮 齿数 z_1	行星轮 齿数 z_2	齿宽/ mm
对称齿轮	20/20	$0.38m$				
对称齿轮	20/20	$0.47m$	1.5	34	18	40
非对称齿轮	25/20	$0.38m$				
非对称齿轮	25/20	$0.65m$				

图 5 为表 2 参数下齿轮单齿啮合结束点 D 处齿根弯曲应力仿真图,图 6 为拟合各啮合点弯曲应力值所得关系曲线。从图 6 可知当啮合位置位于单齿啮合结束点 D 时,对应的弯曲应力最大,并且从单齿到双齿啮合双向过渡时(B、D 点),应力值会有突变现象。

图 5(a)、(b)是两侧压力角 20° 的对称齿轮。仿真结果表明:齿根圆角半径从 $0.38m$ 增大到 $0.47m$,齿根弯曲应力明显减小,相比之下应力减小了 6%。(c)、(d)为工作侧压力角 25° 的非对称齿轮,仿真结果表明:圆角半径从 $0.38m$ 增大到 $0.65m$,非对称齿轮齿根弯曲应力减小了 5%;这可能均是因为齿根圆角半径 r_p 增大使得齿根过渡曲线的曲率半径变大(式 7)进而改善了齿根处的应力集中。另外,通过对比(a)、(c)可以看出,在不改变圆角半径参数下,仅增大齿轮工作侧压力角,同样有降低齿根弯曲应力的效果。对此进一步研究工作侧压力角与齿轮齿根弯曲应力之间的联系非常重要。

3.3 工作侧压力角对齿根弯曲应力的影响

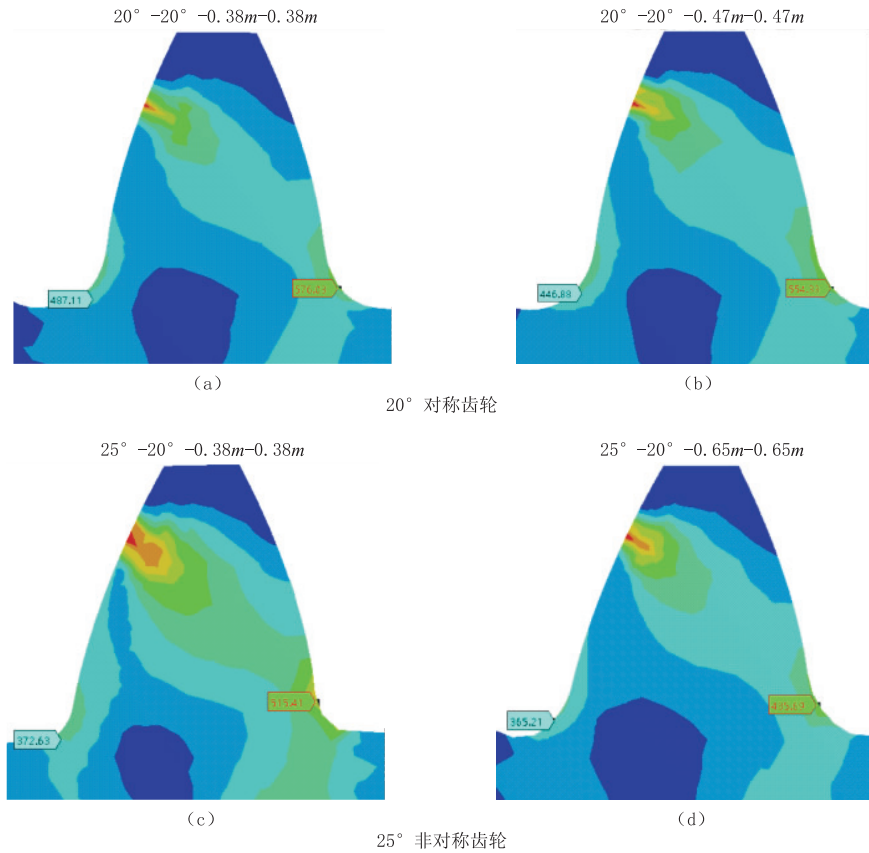


图5 对称齿轮、非对称齿轮齿根弯曲应力图

Fig.5 Bending stress diagram of the symmetric gear and asymmetric gear

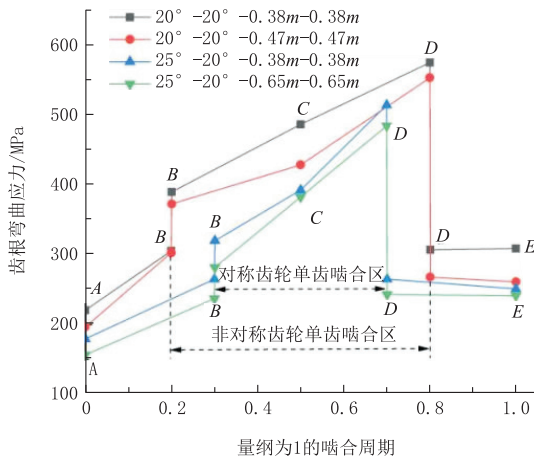


图6 圆角半径与齿根弯曲应力曲线关系

Fig.6 Curves of root radius vs bending stress

为了研究齿轮工作侧压力角对齿轮齿根弯曲应力的影响规律,建立工作侧压力角为 20°/25°/28°/30°/35° 齿轮模型。对应得到的 D 点弯曲应力仿真图如图 7 所示,根据以上仿真结果,拟合出工作侧压力角—弯曲应力关系曲线见图 8。由仿真结果可看出:

(1)齿根弯曲应力值随着工作侧压力角的增加

呈现明显减小的趋势。

(2)20°/20°标准对称齿轮,其齿根弯曲应力值最大, $\sigma_{F20} = 554.33$ MPa。对比 35°/20°非对称齿轮齿根弯曲应力 $\sigma_{F35} = 429.66$ MPa,其减小幅度达 22.6%。

(3)在 20°~30°工作侧压力角范围内,齿根弯曲应力降低幅度较为明显。但压力角 >30°后,弯曲应力值逐渐趋于稳定。

出现情况(3)是因为,当工作侧压力角在 20°~30°时,随着压力角的增大,非对称齿轮齿根厚增加,影响了齿轮的齿形系数以及应力修正系数(式 3、式 4),进而降低了齿根弯曲应力;但是当工作侧压力角超过 30°,弯曲应力变得明显平缓,这可能是因为压力角过大导致齿根厚过度增加,齿轮齿距 p_n 随之减小,而齿距 p_n 减小使得齿根过渡曲线的曲率半径减小(式 7),最终对齿根弯曲应力的降低产生了负面效果。

3.4 基于有限元结果的 r_p 、 α_d 参数选择范围

齿根圆角半径 r_p 和工作侧压力角 α_d 是影响非对称齿轮齿根弯曲应力的重要参数,从有限元分析

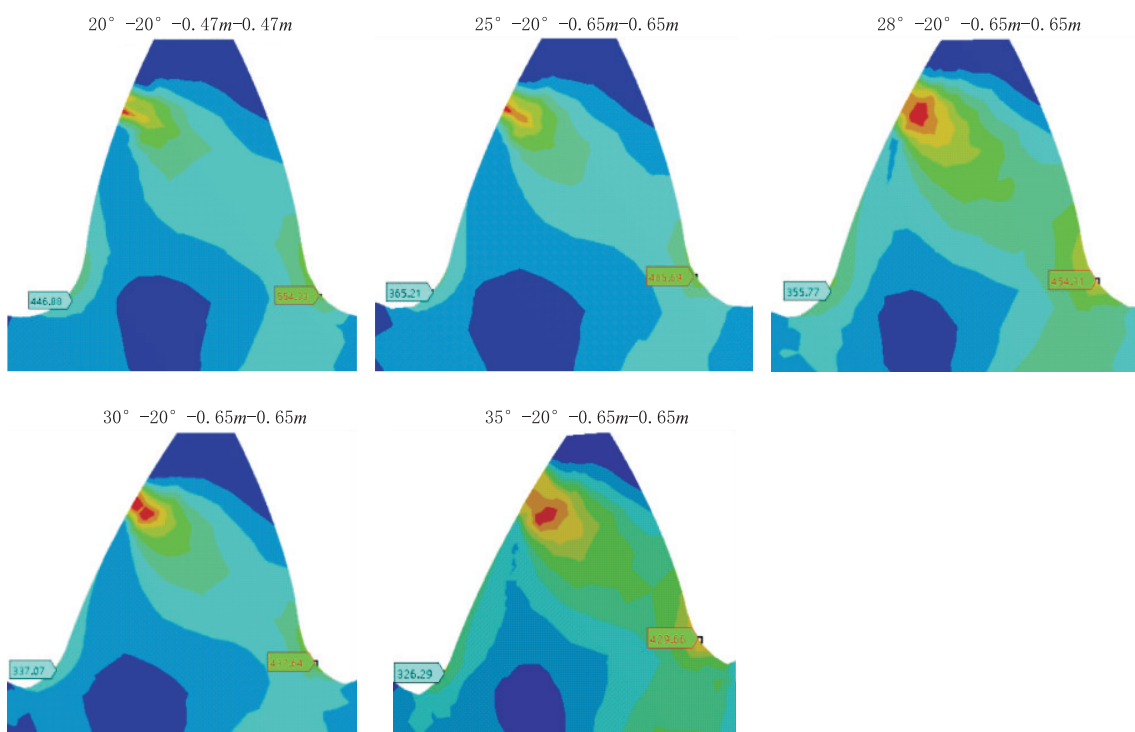


图 7 工作侧压力角下齿根弯曲应力云图

Fig.7 Diagram of the bending stress under pressure angle on the working side

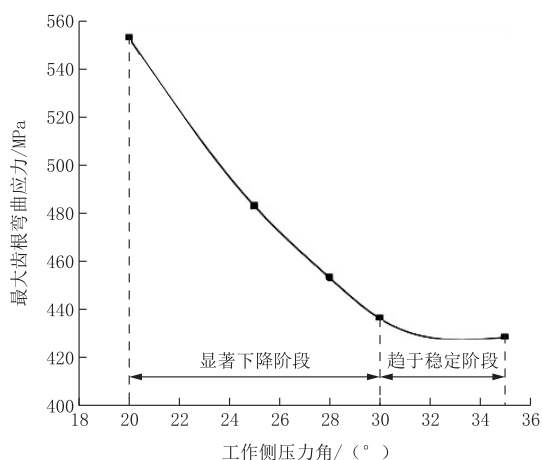


图 8 工作侧压力角对齿根弯曲应力关系

Fig.8 Relation of pressure angle vs bending stress on the working side

结果可知,齿根圆角半径是通过改变齿根处的过渡圆角曲线曲率,进而影响着齿根弯曲应力的大小,其影响规律是:齿根圆角半径的增大有效地降低了齿轮的齿根弯曲应力。因此在参数选择上,圆角半径 r_p 应尽可能选取最大值。工作侧压力角会影响齿根的厚度,因此对弯曲应力有更加直接的联系。根据图 8 工作侧压力角对齿根弯曲应力影响趋势图可以看出,非对称齿轮工作侧压力角对弯曲应力的影响是“先急后缓”的,因此 α_d 的选择不能过大,避免

出现齿顶尖化。结合有限元结果,其合理选择范围是 $20^\circ \sim 30^\circ$,在合理范围内 α_d 应尽可能取大。

4 结论

(1)齿根圆角半径是影响齿轮齿根过渡曲线的重要参数。结果表明:增大非对称齿轮的齿根圆角半径能增大过渡曲线的曲率半径,进而有效降低齿根弯曲应力。

(2)非对称齿轮的齿根弯曲应力随着工作侧压力角的增大呈现先显著降低,后逐渐平缓的趋势。其原因是压力角在 $20^\circ \sim 30^\circ$ 范围内增加时,齿根厚度适当增加,对提高弯曲强度起到正向作用;但压力角过大,齿轮齿距减小导致齿根曲率半径减小,对弯曲强度起到负面作用。

(3)优化非对称齿轮的齿根弯曲应力,目的在于提高涡轮钻具减速器的承载性能,结果表明:在齿根两侧应选择尽量大的圆角半径;另外,工作侧压力角的有效选择范围是 $20^\circ \sim 30^\circ$,在有效范围内压力角应尽量取大。

参考文献 (References):

[1] 谭春飞.深井超深井涡轮钻具复合钻井提高钻速技术研究[D].北京:中国地质大学(北京),2012.

- TAN Chunfei. The ROP technical research on turbo-drill composite drilling in deep&ultra-deep well[D]. Beijing: China University of Geosciences (Beijing), 2012.
- [2] 成海, 郑卫建, 夏彬, 等. 国内外涡轮钻具钻井技术及其发展趋势[J]. 石油矿场机械, 2008, 37(4): 28-31.
- CHENG Hai, ZHENG Weijian, XIA Bin, et al. The development trend of turbodrilling technology[J]. Oil Field Equipment, 2008, 37(4): 28-31.
- [3] 安勇. 引进涡轮钻具在深井中的应用[J]. 化工管理, 2018(10): 160.
- AN Yong. Application of turbodrills in deep well drilling[J]. Chemical Enterprise Management, 2018(10): 160.
- [4] 黄靖龙, 缪协兴, 罗善明, 等. 轮齿压力角对齿轮强度的影响分析[J]. 机械, 2007, 34(7): 30-31.
- HUANG Jinglong, MIAO Xiexing, LUO Shanming, et al. A research for influence of the gear pressure angle on gear intensity[J]. Mechanism, 2007, 34(7): 30-31.
- [5] 殷吕, 陈朝阳, 张代胜, 等. 行星齿轮参数有限元分析与优化[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2012, 35(3): 289-293, 370.
- YIN Lü, CHEN Chaoyang, ZHANG Daisheng, et al. Finite element analysis and optimization of planetary gear parameters[J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 2012, 35(3): 289-293, 370.
- [6] 张海伟. 非对称齿轮的设计及弯曲应力分析[J]. 机械传动, 2013, 37(2): 80-83.
- ZHANG Haiwei. Design and bending stress analysis of asymmetric gear[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2013, 37(2): 80-83.
- [7] H. L. Chang, Y. C. Tsai. Feasible design spaces of the pressure angle for spur gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 1993, 28(2): 181-192.
- [8] A. L. Kapelevich. Geometry and design of involute spur gears with asymmetric teeth. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35(1): 117-130.
- [9] 孙庆华. 非对称渐开线外啮合齿轮泵的计算和分析[J]. 齿轮, 1984(2): 30-33, 42.
- SUN Qinghua. Calculation and analysis of asymmetric involute external gear pump[J]. Gear, 1984(2): 30-33, 42.
- [10] 吴忠. 非对称渐开线齿轮齿根弯曲应力的计算分析[J]. 包头钢铁学院学报, 2004, 23(1): 61-64.
- WU Zhong. A calculation research on the tooth root bending stress of asymmetrical involute gear[J]. Journal of Baotou University of Iron and Steel Technology, 2004, 23(1): 61-64.
- [11] 李宁, 李威, 肖望强. 对称与非对称齿轮齿根弯曲应力对比分析[J]. 北京科技大学学报, 2013, 35(1): 120-125.
- LI Ning, LI Wei, XIAO Wangqiang. Comparative analysis of root bending stress between spur gears with symmetric and asymmetric involutes[J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2013, 35(1): 120-125.
- [12] 李秀莲, 王贵成, 朱福先, 等. 考虑齿面摩擦影响的非对称齿轮齿根弯曲应力计算[J]. 兵工学报, 2011, 32(7): 884-889.
- LI Xiulian, WANG Guicheng, ZHU Fuxian, et al. Calculation of bending stress of the asymmetric gear tooth root based on friction between teeth[J]. Acta Armamentarii, 2011, 32(7): 884-889.
- [13] Fatih Karpat, Stephen Ekwaro-Osire, Morshed P. H. Khandaker. Probabilistic analysis of MEMS asymmetric gear tooth[J]. Journal of Mechanical Design, 2008, 130(4): 042306-042311.
- [14] 马帅. 非对称齿轮复合行星传动系统设计和均载特性研究[D]. 天津: 天津工业大学, 2019.
- MA Shuai. Research on design method and load sharing characteristic of asymmetric gear compound planetary transmission system[D]. Tianjin: Tiangong University, 2019.
- [15] Faydor L. Litvin, Qiming Liana, Alexander L. Kapelevich. Asymmetric modified spur gear drives: reduction of noise, localization of contact, simulation of meshing and stress analysis[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000, 188: 363-390.
- [16] 邓小禾. 渐开线圆柱齿轮齿廓修形与啮合规律研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2015.
- DENG Xiaohu. Research on profile modification and meshing rule of involute cylindrical gear[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2015.
- [17] Masuyama T, Mimura Y, Inoue. Bending strength simulation of asymmetric involute tooth gears[J]. Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, 2015, 9(5): 71.
- [18] 卞景扬, 莫帅, 韩涵, 等. 非对称齿轮设计方法与动态啮合特性研究[J]. 机械设计, 2019, 36(S1): 59-64.
- BIAN Jingyang, MO Shuai, HAN Han, et al. Design method of asymmetrical gears and research on dynamic meshing characteristics[J]. Journal of Machine Design, 2019, 36(S1): 59-64.
- [19] 黄艳, 黄勇, 潘江如. 双压力角非对称细高齿齿轮设计及其应力分析[J]. 煤炭技术, 2017, 36(5): 308-310.
- HUANG Yan, HUANG Yong, PAN Jiangru. Study and stress analysis on asymmetric gangly involutes gear[J]. Coal Technology, 2017, 36(5): 308-310.
- [20] 周琦. 基于 LS-DYNA 少齿数非对称斜齿轮动态特性分析[J]. 机械传动, 2017, 41(3): 120-128.
- ZHOU Qi. Dynamic characteristic analysis of asymmetric helical gear with a small number of teeth based on LS-DYNA[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2017, 41(3): 120-128.
- [21] 皇甫一樊, 陈康康, 马辉, 等. 考虑混合修形的非对称直齿轮副啮合特性与振动特性分析[J]. 中国科学(技术科学), 2019, 49(6): 661-668.
- HUANGFU Yifan, CHEN Kangkang, MA Hui, et al. A model for evaluating the meshing characteristics and vibration characteristics of asymmetric spur gears with tooth modifications[J]. Scientia Sinica (Technologica), 2019, 49(6): 661-668.
- [22] 王攀攀, 秦大同. 采用低耗非对称齿轮提升 NGWN(II) 传动效率与承载能力的设计方法[J]. 机械传动, 2018, 42(1): 47-51.
- WANG Panpan, QIN Datong. Design method of improving NGWN(II) efficiency and carrying capacity by using low-loss and asymmetric gear[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2018, 42(1): 47-51.
- [23] 宋波. 双压力角非对称渐开线直齿轮的应力分析及齿廓曲线的优化[D]. 太原: 太原理工大学, 2008.
- SONG Bo. Stress analysis and tooth profile optimization for asymmetric involute gears with two pressure angles[D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2008.
- [24] 张玉梅, 朱如鹏. 双压力角非对称齿轮弯曲应力的解析法及有限元分析[J]. 机械工程师, 2004(12): 36-38.
- ZHANG Yumei, ZHU Rupeng. The bending stress analytics and FEA of asymmetric gear with two pressure angles[J]. Mechanical Engineer, 2004(12): 36-38.
- [25] 文威. 非对称渐开线行星齿轮传动强度研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2015.
- WEN Wei. Study on the transmission strength of asymmetric involute planetary gear[D]. Chongqing: Chongqing University, 2015.