

# 不同振动特性参数对振动沉管/压实的影响

何胜煜, 胡远彪, 卜长根

(中国地质大学(北京)工程技术学院, 北京 100083)

**摘要:** 振动钻探或沉管/压实机械在工程中有着广泛的应用, 但缺乏频率比、阻尼比对振动沉管机械功率影响的系统研究, 施工中有时会出现功率异常增大, 其驱动功率如何计算仍然困扰着工程设计人员。本文通过阻尼耗散功率法, 来分析计算惯性和非惯性激励振动机械的平均功率、瞬时功率问题。结果显示, 大阻尼 ( $0.5 < \zeta < 1$ ) 全频率范围的一般情况, 惯性激励系统耗散功率近似与激励力角频率平方成正比, 仅在小阻尼 (阻尼比  $\zeta < 0.5$ ) 共振区, 功率与激励力幅值的平方成正比, 与阻尼成反比, 正是小阻尼易引起功率异常增大; 非惯性激励机械在有阻尼共振区附近工作才能吸收足够的功率。振动沉管机械设计时不仅要满足系统的平均功率的需求, 还要校验最大瞬时功率需求。

**关键词:** 惯性振动; 非惯性振动; 振动沉管/压实; 稳态振动; 功率分析

**中图分类号:** P634; TU753.3; U415.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-7428(2020)11-0083-05

## Effect of different characteristic parameters of vibration on vibration tube sinking/compaction

HE Shengyu, HU Yuanbiao, BU Changgen

(China University of Geosciences, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Vibration drilling or tube sinking/compacting machinery is widely used in construction works but the systematic analysis of the influence of the frequency ratio on vibration tube sinking machinery power is also lacking. Furthermore, the driving power sometimes increases abnormally, and how to calculate it still perplexes engineering designers. In this paper, the average power and instantaneous power of inertial and non-inertial excited vibration machinery is calculated and analyzed with the damping dissipation power method. The results show that, the dissipation power of the inertia excited vibration system is approximately proportional to the square of the excitation force angular frequency in the whole frequency range for large damping ( $0.5 < \zeta < 1$ ). For small damping (damping ratio  $\zeta < 0.5$ ), only in the resonance range the power is proportional to the square of the excitation force amplitude and inversely proportional to damping. Moreover, it is the small damping that causes abnormal power increase. Non-inertial excitation machinery can only absorb enough power when working near the damped resonance range. During the design of vibration tube sinking machinery, not only is it necessary to meet the average power requirement of the system, but also to verify the maximum instantaneous power requirement.

**Key words:** inertial vibration; non-inertial vibration; vibration tube sinking/compaction; steady-state vibration; power analysis

## 0 引言

振动器是可以将气动能、电动能、液动能或机械

能等转化为冲击振动能的一种装置, 被广泛地应用于振动沉管、振动压实、振动筛选和振动输送等多种

**收稿日期:** 2020-03-13; **修回日期:** 2020-09-15 **DOI:** 10.12143/j.tkgc.2020.11.014

**基金项目:** 国家自然科学基金(编号: 51775523); 战略性国际科技创新合作重点专项(编号: 2016YFE0202200); 中央高校基本科研业务费优秀导师基金项目(编号: 2-9-2018-110)

**作者简介:** 何胜煜, 男, 汉族, 1995年生, 博士研究生, 研究方向为地质装备工程, 北京市海淀区学院路29号, hesy@cugb.edu.cn.

**通信作者:** 卜长根, 男, 汉族, 1963年生, 教授, 博导, 博士, 主要从事地质工程与振动理论研究工作, 北京市海淀区学院路29号, bucg@cugb.edu.cn.

**引用格式:** 何胜煜, 胡远彪, 卜长根. 不同振动特性参数对振动沉管/压实的影响[J]. 探矿工程(岩土钻掘工程), 2020, 47(11): 83-87.

HE Shengyu, HU Yuanbiao, BU Changgen. Effect of different characteristic parameters of vibration on vibration tube sinking/compaction[J]. Exploration Engineering (Rock & Soil Drilling and Tunneling), 2020, 47(11): 83-87.

相关装备的振动激励<sup>[1]</sup>。对于钻探机械,通过振动器来产生周期性激振力,实现振动钻探(沉管)和松散岩土振动压实。

振动机械的激振力  $F(t) = F_0 \sin \omega t$ 。其中由偏振块周期性运动产生的谐和激励<sup>[2-3]</sup>,激振力幅值  $F_0 = me\omega^2$  为偏振块质量  $m$ 、偏心距  $e$  与角频率  $\omega$  平方的乘积,是惯性力激励;而对于电磁激励振动机械和某些液压振动机械<sup>[4-5]</sup>,其谐和激振力幅值  $F_0$  为与角频率无关的常数,是非惯性力激励。

由于两种激振力产生方式不同,所以激振力幅值是不同的,这种差异会对振动机械的动力学系统参数如位移、速度和耗散功率产生很大影响,惯性激励机械有时会出现运行过程中功率消耗突然增大,甚至烧坏原动机的现象<sup>[6]</sup>,其中内在的机理需要进行探明和研究。

## 1 振动系统的建模和功率计算

为了分析振动沉管/压实机械系统的动力学特性,首先要对振动系统进行建模。振动器及其相连接的桩管(或碾轮)简化为质量为  $M$  的均质刚体,把土体简化为的线性弹簧  $k$  与阻尼器  $c$ ,构成单自由度质量-弹簧-阻尼系统,因此可以得到单自由度振动微分方程为  $M\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$ 。求解微分方程得到速度位移等参数,进一步可分析求解功率。

国内外专家学者对惯性激励振动沉管/压实机械的功率计算方法主要有两种类型。一种是依据主动力做功的正向求解功率法,认为振动过程中机械做功  $dW$  为作用在刚体  $M$  质心的激振力  $F(t)$  及其对应的位移  $x(t)$  的乘积,这种方法只能求解系统消耗的平均功率  $P_e$ <sup>[7-9]</sup>:

$$P_e = \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} F(t)x(t) d\omega t = \frac{1}{2} F_0 A_0 \omega \sin \alpha \quad (1)$$

式中:  $T$ ——偏振块角频率  $\omega$  所对应的周期;  $F_0$ 、 $A_0$ ——分别对应激振力幅值和位移幅值。

若引入频率比  $\lambda$ 、阻尼比  $\zeta$ ,位移幅值  $A_0$  及位移与激振力相位角  $\alpha$  的正弦值可分别由下式计算:

位移幅值:

$$A_0 = \frac{me\omega^2}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}} \quad (1a)$$

相位角  $\alpha$  正弦值:

$$\sin \alpha = \frac{2\zeta\lambda}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}} \quad (1b)$$

在机械设计时,式(1)计算整周期消耗的平均功率,仅能保证原动机的额定功率满足驱动振动钻进系统平均功率的需求,不能保证的振动钻进过程最大瞬时消耗功率的需求,这种工程设计计算缺乏可靠性。另一方面,两个表达(1a)(1b)二式都较为复杂,造成设计人员在应用时的不便,且不易看出阻尼比和频率比的变化对平均功率的影响,应用时不够直观。因此要从瞬时功率消耗的角度出发,来保证系统消耗最大瞬时功率与平均功率的需求。

在稳态惯性激励振动系统中,与正向求解功率法相对应的是求解阻尼耗散功率法,系统的动能与势能可以相互转换,振动机械从原动机吸收的平均机械功率等效转化为在阻尼器中热量消散<sup>[10-12]</sup>,消耗瞬时功率  $P(t)$  为系统阻尼力  $f(t) = c \cdot v(t)$  及对应刚体速度  $v(t)$  的乘积,得到系统耗散的瞬时功率:

$$P(t) = f(t) \cdot v(t) \quad (2)$$

经过积分运算就可以得到系统消耗平均功率:

$$P_e = \frac{1}{T} \int_0^T f(t)v(t) dt = \frac{ck}{2M} A^2 \cdot f_i(\lambda) \quad (3)$$

其中,名义幅值  $A = me/M$ ;  $f_i(\lambda) = \lambda^2 / [1 - (1/\lambda^2)^2 + (2\zeta/\lambda)^2]$  为惯性激励功率放大因子,只与频率比和阻尼比有关。

对于惯性激励系统,通过激励力求解平均功率对应的式(1),与通过阻尼力求解平均功率对应的式(3)形式不同,计算结果是否一致需要进行验证。

将(1a)(1b)带入式(1)得:

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{1}{2} F_0 A_0 \omega \sin \alpha \\ &= \frac{m^2 e^2 \omega^4}{k} \cdot \frac{c}{2M} \cdot \frac{\lambda^2}{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2} \\ &= \frac{ck}{2M} A^2 \cdot f_i(\lambda) \end{aligned}$$

由此可以看出经过参数代换,式(1)、(3)的结果是相同的,即两种方法计算平均功率具有一致性。

M. Horodina<sup>[13]</sup>对电磁致动器产生谐和激励的系统消耗功率进行了计算分析,该系统为非惯性力激励系统。激振力  $F(t)$  及其对应速度  $v(t)$  的乘积为系统瞬时输入功率,对时间进行积分运算后得到系统消耗的平均功率:

$$P_e = \frac{1}{T} \int_0^T F(t)v(t)dt = \frac{F_0^2}{k} \cdot \frac{\omega\zeta\lambda}{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2} \quad (4)$$

采用与(3)式相同的计算方法来计算非惯性力激励系统的平均功率得到:

$$P_e = \frac{1}{T} \int_0^T f(t)v(t)dt = \frac{c}{2} \cdot \frac{F_0^2}{kM} \cdot f_n(\lambda) \quad (5)$$

其中非惯性激励功率放大因子  $f_n(\lambda) = \lambda^2 / [(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2]$ 。

对于非惯性激励系统的平均功率,式(4)为采用激励力求解,式(5)为采用阻尼力求解。把  $\zeta = c / (2M\omega_n)$  带入式(4)进行形式转换:

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{F_0^2}{k} \cdot \frac{c\omega}{2M\omega_n} \cdot \frac{\lambda}{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2} \\ &= \frac{1}{2}c \cdot \frac{F_0^2}{kM} \cdot f_n(\lambda) \end{aligned}$$

可以看出式(4)、(5)的计算结果是相同的。因此两种平均功率计算方法对于非惯性激励系统也是一致的。

综上所述,对于惯性力激励系统和非惯性力激励系统,采用主动力或阻尼力求解平均功率都是可行的,但是式(2)中利用阻尼力可以计算系统消耗瞬时功率。

相对于非惯性振动激励力幅值的恒定,惯性力激励系统角频率  $\omega$  的变化会改变激励力幅值,进而会引起功率特性不同。因此,我们需要针对惯性激励与非惯性激励的不同驱动特性,来比较研究振动沉管/压实运动特性与功率特性的区别与联系。

## 2 惯性与非惯性激励的特性对比

利用式(2)计算瞬时功率时需要代入瞬时振动速度  $v(t)$ ,而  $v(t)$  与振动体(桩管)的振动状态有着密切关系,Bu 等<sup>[14]</sup>与 Sun 等<sup>[15]</sup>提出了声波钻进实质是钻柱进入驻波共振状态,此时钻柱各个断面的速度是不同的。而振动沉管与声波钻进不同,由于激励频率较低( $f \leq 50$  Hz),即使频率较高( $50 \text{ Hz} \leq f \leq 150$  Hz),激励频率进入了声波的低频段,只要桩管没有进入驻波共振,桩管及其振动器各点(不包括偏心块)的瞬时速度  $v(t)$  是相同的,可以看作刚体,本质上仍然是振动沉管,而不是钻柱共振的声波钻进。

### 2.1 激励的特性对位移、速度的影响

由于振动沉管中振动体各点瞬时速度相同,根据振动微分方程  $M\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$  求解不同激励特性  $F(t)$  的振动微分方程,可得惯性和非惯性激励的位移、速度响应(如表 1 所示)。

表 1 惯性力激励和非惯性力激励的动力参数

Table 1 Dynamic parameters of inertial and non-inertial force excitations

动力特性	惯性力激励	非惯性力激励
激振力	$F(t) = me\omega^2 \sin\omega t$	$F(t) = F_0 \sin\omega t$
位移	$x(t) = (me/M)\beta_i(\lambda) \sin(\omega t - \alpha)$	$x(t) = (F_0/k)\beta_n(\lambda) \sin(\omega t - \alpha)$
运动特性放大因子	$\beta_i(\lambda) = \lambda^2 / \sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}$	$\beta_n(\lambda) = 1 / \sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}$

  

放大因子曲线

由于惯性激振力中  $\omega^2$  项的存在,惯性激励和非惯性激励的运动参数放大因子表达式是不同的。

二者在共振区有着相似的性质,都对阻尼比的变化十分敏感,而在非共振区运动特性存在明显的差异:

(1)在 $\lambda < 1$ 的低频振动区域,惯性激励系统位移响应 $x(t) \rightarrow 0$ ,非惯性力激励系统 $\beta_n(\lambda) \rightarrow 1$ ,系统处于等幅受迫振动状态。

(2)在 $\lambda \gg 1$ 时,非惯性力激励系统位移响应 $x(t) \rightarrow 0$ ;而惯性激励系统 $\beta_i(\lambda) \rightarrow 1$ ,系统在不同阻尼地层施工时处于等幅受迫振动状态。

表2 惯性力激励和非惯性力激励的功率参数

Table 2 Power parameters of inertial and non-inertial force excitations

功率特性	惯性力激励	非惯性力激励
激励力	$F(t) = me\omega^2 \sin\omega t$	$F(t) = F_0 \sin\omega t$
瞬时功率	$P(t) = ck \cdot (m^2 e^2 / M^3) \cdot f_i(\lambda) \cdot \cos^2(\omega t - \alpha)$	$P(t) = cF_0^2 / (kM) \cdot f_n(\lambda) \cdot \cos^2(\omega t - \alpha)$
平均功率	$P_e = (ck/2) \cdot (m^2 e^2 / M^3) \cdot f_i(\lambda)$	$P_e = (c/2) \cdot F_0^2 / (kM) \cdot f_n(\lambda)$
功率放大因子	$f_i(\lambda) = \lambda^2 / [(1 - 1/\lambda^2)^2 + (2\zeta/\lambda)^2]$	$f_n(\lambda) = \lambda^2 / [(1 - \lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2]$
放大因子曲线		
共振区平均功率	$P_e = (me\omega^2)^2 / (2c) = F_0^2 / (2c)$	$P_e = F_0^2 / (2c)$
功率分析对比	①在 $\lambda < 1$ 的非共振区, $f_i(\lambda) \rightarrow 0$ ,系统消耗功率 $P(t) \rightarrow 0$ ;②在 $\lambda \rightarrow 1$ 的共振区,仅当阻尼比 $\zeta < 0.5$ 时,功率放大因子随着阻尼比的减小而激增,系统吸收或耗散功率对小阻尼异常敏感;③在 $\lambda > 1$ 时(含共振区阻尼比 $\zeta > 0.5$ ), $f_i(\lambda) \rightarrow \lambda^2$ , (图中已标注 $\lambda^2$ 的曲线),功率放大因子近似与频率比的平方成正比	①在 $\lambda < 1$ 的非共振区,与非惯性激励机械有着相似的性质,功率放大因子 $f_n(\lambda) \rightarrow 0$ ;②在 $\lambda > 1$ 的非共振区,随 $\lambda$ 增大,不同阻尼比曲线趋近,振动对阻尼不敏感, $f_n(\lambda) \rightarrow 0$ ;③在 $\lambda \rightarrow 1$ 的共振区非惯性激励的功率放大因子随着阻尼比的减小而增大,对频率比的变化十分敏感。只有在共振频率附近的有阻尼区内,非惯性力激励机械才能吸收足够的功率,正常工作

从表2可以看出,由于惯性激励力幅值与 $\omega^2$ 项成正比,惯性激励和非惯性激励的瞬时功率、平均功率功率不同,功率放大因子表达式同样也是不同的,因此二者功率特性还是有着很大差异的;

对于惯性激励机械,耗散功率在包括大阻尼( $0.5 < \zeta < 1$ )共振区在内的一般情况,近似与激励力角频率平方成正比,而在小阻尼(阻尼比 $\zeta < 0.5$ )共振区与激励力幅值的平方成正比,与阻尼成反比,易引起功率的异常增大,这也就解释了为什么惯性激励机械有时会在运行过程中出现功率消耗突然增大,甚至烧坏原动机的现象。而非惯性激励机械在 $\lambda < 1$ 和 $\lambda > 1$ 的非共振区,功率放大因子 $f_n(\lambda) \rightarrow 0$ ,且对阻尼比变化不敏感;在共振频率附近 $f_n(\lambda)$ 才有足够大的数值,使得机械能够吸收足够的功率。

## 2.2 激励的特性对功率的影响

把表1给出的不同激励特性的位移响应对时间 $t$ 求导,可得到速度响应 $v(t)$ ,代入式(2),整理得到瞬时耗散功率表达式: $P(t) = c \cdot v^2(t)$ ,分析比较两种不同激励振动特性对功率的影响如表2所示。

因此两种机械有着不同的工作区间:惯性力机械要避免在小阻尼共振区附近工作;非惯性力机械要在避免共振危害的前提下,于有阻尼共振区内工作,激励频率过高或过低,都会使振动机械吸收功率不足。

## 3 结论

通过对不同激励特性下,振动机械的功率计算方法 and 结果进行比较之后,得到主要结论如下:

(1)一般情况下,惯性激励机械耗散功率近似与激励力角频率平方成正比,仅在小阻尼( $\zeta < 0.5$ )共振区功率放大因子 $f_i(\lambda)$ 会激增,此时功率与激励力幅值的平方成正比,与阻尼成反比,易引起功率的异常增大,因此惯性力激励机械要避免在小阻尼共

振区附近工作。

(2)对于非惯性力激励机械,在非共振区,功率放大因子趋于 0;只有在共振区附近工作,系统才能吸收足够的功率,激励频率过高或过低,都会使振动机械吸收功率不足,因此非惯性激励机械要在有阻尼共振区域内工作。

(3)采用阻尼力求解耗散功率,不仅可以计算振动机械消耗的平均功率,还能计算吸收的最大瞬时功率,原动机选择时,除了要满足机械平均功率的需求,还要校验振动系统吸收的最大瞬时功率,从而提高设计的可靠性。

### 参考文献 (References):

- [1] 王存伟,曹静兰,徐帅,等.两种新型振动器[J].工程机械,2018,49(3):59-61.  
WANG Cunwei, CAO Jinglan, XU Shuai, et al. Two new vibrators[J]. Construction Machinery and Equipment, 2018,49(3):59-61.
- [2] 李冰,焦生杰.振动压路机与振动压实技术[M].北京:人民交通出版社,2001:2-10.  
LI Bing, JIAO Shengjie. Vibratory roller and vibratory compaction[M]. Beijing: China Communications Press, 2001:2-10.
- [3] 任峰,姚运仕,赵明明,等.振动压实成型机结构设计[J].装备制造技术,2019(8):72-75,83.  
REN Feng, YAO Yunshi, ZHAO Mingming, et al. Structural design of vibration compaction molding machine[J]. Equipment Manufacturing Technology, 2019(8):72-75,83.
- [4] 阚君武,文欢,王淑云,等.磁铁夹持式压电俘能器输出性能分析与试验[J].振动工程学报,2019,32(1):80-86.  
KAN Junwu, WEN Huan, WANG Shuyun, et al. Performance analysis and test of a piezoelectric energy harvester based on magnets holding[J]. Journal of Vibration Engineering, 2019,32(1):80-86.
- [5] Duncan Moore. A new method for driving piles free of ground-borevibrations [EB/OL]. <https://www.geodrillinginternational.com/piling/news/1361893/new-method-for-driving-piles-free-of-ground-borne-vibrations>, 2019.
- [6] 陆信.振动机械的功率计算问题[J].矿山机械,1979(5):50-53,73.  
LU Xin. Power calculation of vibrating machinery[J]. Mining & Processing Equipment, 1979(5):50-53,73.
- [7] 吴仁智,倪广孝.振动压路机振动功率计算及实验[J].工程机械,1992,47(7):23-28.  
WU Renzhi, NI Guangxiao. Vibration power calculation and experiments of vibratory roller[J]. Construction Machinery and Equipment, 1992, 47(7):23-28.
- [8] 黑卫平.振动机械的功率计算[J].工程机械,1984(11):49-51.  
HEI Weiping. Power calculation of vibration machinery[J]. Construction Machinery and Equipment, 1984(11):49-51.
- [9] 陈元基.谈谈振动压路机振动功率的计算[J].建筑机械化,1982(4):7-13.  
CHEN Yuanji. Talking about the calculation of vibration power of vibratory roller[J]. Construction Mechanization, 1982(4):7-13.
- [10] 钟志平,何胜煜,胡远彪,等.惯性激励振动沉入/压实机械的功率分析[C]//第二届全国探矿工程(岩土钻掘工程)学术交流年会论文集.北京:地质出版社,2019:66-71.  
ZHONG Zhiping, HE Shengyu, HU Yuanbiao, et al. Power analysis of inertial exciting vibratory piling/compacting machinery[C]// Proceedings of the 20th National Exploration Engineering (Rock & Soil Drilling and Tunneling) Academic Exchange Conference. Beijing: Geological Publishing House, 2019:66-71.
- [11] 吴双生.基于地面力学和半空间理论计算振动压路机功率[J].建筑机械技术与管理,2006,19(2):72-74.  
WU Shuangsheng. Calculation of power of vibratory roller based on terrain mechanics and semi-spatial theory[J]. Construction Machinery Technology & Management, 2006, 19(2):72-74.
- [12] 孟凡皓,余志龙,李金朋.双钢轮振动压路机振动功率研究[J].山东交通学院学报,2014,22(3):79-82.  
MENG Fanhao, YU Zhilong, LI Jinpeng. Investigation into vibration power of double-drum vibratory roller[J]. Journal of Shandong Jiaotong University, 2014,22(3):79-82.
- [13] M. Horodincea, N. E. Seghedine, E. Carata, et al. Experimental investigations of the power absorbed at mechanical resonance[J]. Experimental Techniques, 2013, 37(5):21-31.
- [14] Bu C G, Sun L, Hu Y B, et al. Research on flexible drill string vibration induced by sonic harmonic excitation [J]. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, 2017, 39(2):281-291.
- [15] Sun L, Bu C G, Hu P D, et al. The transient impact of the resonant flexible drill string of a sonic drill on rock[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 122:29-36.

(编辑 王建华)